

**JOÃO JOSÉ LOPES DE CARVALHO**

**INTERACÇÃO DE UM CORPO CÚBICO  
ASSENTE NUMA SUPERFÍCIE MUITO RUGOSA  
COM UMA CAMADA LIMITE TURBULENTA**

Dissertação apresentada para obtenção do  
Grau de Doutor em Engenharia Mecânica  
na especialidade de Aerodinâmica pela  
Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de  
Ciências e Tecnologia.

LISBOA  
1997

---

... à minha mulher e à minha filha,  
por muitos e bons motivos.

## *Agradecimento*

Ao concluir um trabalho desta natureza, vem forçosamente à minha memória o espírito de colaboração e partilha que assistiu, inequivocamente, às inúmeras contribuições de algumas pessoas que, em maior ou menor grau, ajudaram a tornar possível a sua concretização. Cabe aqui explicitar o meu reconhecimento a todos, procurando ser breve mas não omitir.

Em primeiro lugar, é ao meu Orientador Científico, Professor A. R. Janeiro Borges, que exprimo o meu agradecimento. A exemplo de todos quantos dele têm recebido orientação, saliento a sua grande mestria, mais uma vez demonstrada na forma de comunicar, de interpretar, de ajudar a vencer dificuldades. Tendo-se mostrado sempre disponível, considero que beneficiei também da sua capacidade para conciliar habilmente rigor e flexibilidade, face a adversidades ou a ritmos que não lhe são, de modo algum, imputáveis.

Ao Professor José Dias Delgado agradeço o incentivo que sempre transmitiu e a sua preciosa colaboração e partilha de conhecimentos, nomeadamente no domínio da simulação numérica ao disponibilizar um programa de cálculo automático, que é o resultado de anos de trabalho naquele domínio.

Igualmente, estou grato ao Professor Divo Quintela pela colaboração que prestou, não só ao disponibilizar equipamento e o seu próprio laboratório de Transmissão de Calor, em Coimbra, mas, sobretudo, pelo acompanhamento da evolução dos trabalhos e pelo entusiasmo que soube transmitir.

Agradeço, também, aos Professores D. Xavier Viegas e M. Carlos Gameiro, bem como à sua equipa docente, as facilidades concedidas, seja a cedência temporária de equipamento de anemometria de fio quente, seja a transmissão de conhecimentos práticos adquiridos naquele domínio.

Ao meu colega de gabinete, Eng.<sup>o</sup> Serge Araújo, cabe aqui um agradecimento especial. Para além de suportar uma sobrecarga, ainda que temporária, no serviço docente,

disponibilizou-se para rever o texto original. Fê-lo sempre com um apurado sentido crítico, fazendo reparos e dando sugestões no sentido do rigor e da clareza, sem dispensar o seu elevado, mas discreto, sentido de humor. Honrou assim, em toda a plenitude, o prémio honorífico que, recentemente, lhe foi atribuído pelos colegas mais próximos: “*Le Diplôme du meilleur collègue*”. Ainda no âmbito da revisão do texto, é de louvar a disponibilidade e o apoio que foi possível dar, por parte da minha irmã.

Ao Eng.<sup>o</sup> José Conde agradeço a colaboração prestada, ajudando a contornar “*irreverências*” do microcomputador e dos processadores de gráficos e de texto. Também ao Eng.<sup>o</sup> Luís Gil devo agradecer a contribuição dada, particularmente no domínio da análise espectral.

Não devo omitir o empenho demonstrado pelo Sr. Flávio Fernandes, em ultrapassar eventuais dificuldades na execução da generalidade dos componentes da montagem experimental, bem como a simpatia e incentivo transmitidos pelas funcionárias, Fernanda Pacheco e Clara Rasteiro, da secretaria do Departamento.

Aqui ficam duas palavras de gratidão à minha família que prescindiu, particularmente nos últimos meses, da colaboração que lhe é devida.

Termino agradecendo a Bolsa de Estudos para Doutoramento no País, concedida inicialmente pelo Ex-Instituto Nacional de Investigação Científica e à qual a Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica deu continuidade.

### **INTERACÇÃO DE UM CORPO CÚBICO ASSENTE NUMA SUPERFÍCIE MUITO RUGOSA COM UMA CAMADA LIMITE TURBULENTA**

O presente estudo envolve essencialmente a geração, desenvolvimento e caracterização de camadas limites turbulentas espessas e a sua interacção com um modelo cúbico aquecido assente na superfície e imerso na camada limite, sendo o problema objecto de simulação experimental e numérica. O estudo insere-se num projecto de investigação de âmbito mais alargado, compreendendo a transferência de calor a partir de corpos prismáticos imersos em camadas limites turbulentas, e visa contribuir para a compreensão e previsão dos processos convectivos envolvidos neste domínio.

O desenvolvimento do trabalho inicia-se com uma introdução de carácter genérico que versa a actualidade do problema em estudo, procurando enquadrá-lo no contexto da transferência de calor em camadas limites turbulentas. Procede-se também a uma revisão bibliográfica, citando-se as contribuições de carácter experimental ou numérico com maior significado e afinidade.

Descrevem-se as técnicas experimentais adoptadas, nomeadamente a constituição da montagem experimental, a instrumentação dos modelos cúbicos utilizados e o equipamento de medição.

A apresentação e discussão dos resultados desenvolve-se em três capítulos, obedecendo a uma metodologia comum: primeiro apresentam-se os conceitos e os fundamentos relevantes e, em seguida, procede-se à análise dos correspondentes resultados obtidos.

Dedica-se um capítulo ao estudo do desenvolvimento da camada limite turbulenta no túnel aerodinâmico, em diferentes condições de rugosidade, relacionando-se as características geométricas da superfície rugosa com o desenvolvimento e a estrutura da camada limite obtida, em termos das suas principais características médias e turbulentas.

No capítulo seguinte estuda-se a interacção da camada limite gerada com um cubo aquecido e assente no plano onde se inicia a camada limite, procurando analisar a influência da estrutura e orientação do escoamento de aproximação no processo de transferência de calor. Analisam-se situações que vão desde a convecção forçada à natural, dando especial atenção ao regime de convecção mista porque, apesar de importante, sobre ele existe muito pouca informação. São determinados os coeficientes de transferência de calor, estabelecendo correlações empíricas que integram os parâmetros adimensionais envolvidos no processo. Procede-se ainda à modelação das plumas térmicas verticais e inclinadas.

Descreve-se sucintamente o modelo físico-matemático que integra o programa de cálculo automático utilizado na simulação numérica. Comparam-se resultados numéricos e experimentais, com o objectivo de salientar os méritos do programa, bem como algumas das suas limitações.

Ao concluir: comentam-se os principais resultados obtidos, apontam-se as dificuldades encontradas, sugerindo possíveis vias para as ultrapassar, e salientam-se os aspectos que carecem de aprofundamento, numa perspectiva de desenvolvimento futuro.

### **INTERACTION OF A CUBE MOUNTED ON A VERY ROUGH SURFACE WITH A TURBULENT BOUNDARY LAYER FLOW**

The present study deals with the creation, developing and characterisation of thick turbulent boundary layers and its interaction with a surface mounted heated cubic model, the problem being object of experimental and numerical simulation. This study integrates a research project on the wider field of prismatic hot bodies exposed to turbulent boundary layers and aims to contribute to the understanding and prevision of convective processes involved in this field.

The text starts with a general introduction concerning the basic interest and practical application of the problem to be studied, trying to insert it on the general field of heat transfer in turbulent boundary layers. Main experimental and numerical contributions in the field are also reviewed.

Experimental techniques adopted are described, namely experimental apparatus, cubic model instrumentation and the various measurement equipments.

The presentation and discussion of the results develops along three different chapters, in accordance with a common methodology: first, relevant background and concepts are introduced; then, correspondent results obtained are presented and discussed.

An whole chapter is dedicated to the study of development of the turbulent boundary layer in the wind tunnel, using different roughness conditions. Geometrical parameters of the rough surface are related with the boundary layer development and structure, in what concerns the principal turbulent and mean properties.

Next chapter is concerned with the interaction of the developed boundary layer with a surface mounted hot cube, trying to understand the influence of the structure and orientation of the approaching flow on the heat transfer process. Different flow conditions

are studied, ranging from forced to natural convection, special attention being given to the mixed convection regime, because as it appears, in spite of its importance, is the less documented up to now. Heat transfer coefficients are calculated and empirical correlations concerning the relevant nondimensional parameters are established. Vertical and bent over thermal plumes are still modelled.

Physical and mathematical models integrating the computer program used in numerical simulation are briefly described. Numerical and experimental results are compared each-other, in order to stress worthiness of the program, as well as some its limitations.

As a closure to the text some comments are made concerning main results arrived at and also some difficulties detected. Some suggestions are made in order to overcome such difficulties and aspects deserving deeper studies are pointed out in a further research anticipation.



# *Índice*

Agradecimento .....	<i>iii</i>
Resumo .....	<i>v</i>
<i>Abstract</i> .....	<i>vii</i>
Índice .....	<i>ix</i>
Simbologia .....	<i>xii</i>

## **Capítulo 1 - Introdução**

1.1 - Actualidade do projecto de investigação .....	1
1.2 - Síntese bibliográfica .....	3
1.3 - Definição dos objectivos e do plano de trabalho .....	5

## **Capítulo 2 - Técnicas experimentais adoptadas**

2.1 - O túnel aerodinâmico .....	8
2.2 - Técnica adoptada para o desenvolvimento da camada limite turbulenta ...	10
2.2.1 - Superfície rugosa de geometria fixa .....	10
2.2.2 - Técnica de variação da rugosidade .....	10
2.3 - Os modelos e a sua instrumentação .....	12
2.3.1 - O modelo cúbico para determinação dos coeficientes de pressão ..	12
2.3.2 - O modelo cúbico fonte de calor .....	14
2.4 - Medição do campo de velocidades .....	18
2.5 - Medição do campo de temperaturas .....	20
2.5.1 - Pluma vertical .....	20
2.5.2 - Pluma inclinada .....	23

## **Capítulo 3 - Geração da camada limite**

3.1 - Hipóteses simplificativas .....	27
---------------------------------------	----

3.2 - Modelos analíticos para os perfis de velocidade média .....	28
3.2.1 - Lei logarítmica .....	29
3.2.2 - Lei de potência .....	30
3.3 - Relações teóricas para a evolução dos parâmetros integrais .....	32
3.4 - Resultados experimentais .....	35
3.4.1 - Determinação dos parâmetros característicos da rugosidade.....	36
3.4.2 - Evolução dos parâmetros integrais da camada limite .....	41
3.4.3 - Perfis de velocidade média e de intensidade de turbulência .....	43
3.4.4 - Determinação da escala integral longitudinal da turbulência .....	48
3.4.5 - Determinação da tensão tangencial na parede .....	61
3.4.6 - Coeficiente de resistência de um cubo imerso na camada limite ..	65

#### **Capítulo 4 - Interacção com um cubo aquecido**

4.1 - Condições de simulação física .....	69
4.1.1 - Dimensão característica e orientação do corpo .....	69
4.1.2 - Diferença de temperatura entre o modelo e o ar ambiente .....	70
4.1.3 - Propriedades físicas do ar .....	70
4.2 - Parâmetros adimensionais relevantes .....	70
4.3 - Evolução do número de Nusselt global .....	72
4.3.1 - Convecção natural .....	73
4.3.2 - Convecção mista .....	77
4.3.3 - Convecção forçada .....	80
4.4 - Considerações gerais sobre o estudo das plumas térmicas .....	85
4.5 - Pluma vertical .....	87
4.5.1 - Fundamentos teóricos .....	89
4.5.2 - Análise dos resultados experimentais .....	94
4.6 - Pluma inclinada .....	109
4.6.1 - Campo de temperaturas. Apreciação global .....	109
4.6.2 - Aplicação de um modelo de dispersão de calor .....	114
4.6.3 - Inclinação da pluma térmica .....	118

**Capítulo 5 - Resultados de simulação numérica**

5.1 - Considerações gerais .....	124
5.2 - Fundamentos do programa de cálculo automático .....	125
5.2.1 - As equações fundamentais .....	126
5.2.2 - O modelo de turbulência k- $\epsilon$ .....	128
5.3 - Condições de fronteira .....	132
5.4 - Método de solução numérica .....	135
5.5 - Desenvolvimento da camada limite turbulenta .....	138
5.5.1 - Evolução da espessura da camada limite .....	138
5.5.2 - Evolução do coeficiente de atrito local .....	139
5.5.3 - Perfis de velocidade média .....	142
5.6 - Interação com um cubo à temperatura ambiente .....	144
5.6.1 - Distribuição de coeficientes de pressão .....	144
5.6.2 - Campo de velocidades em torno do corpo .....	147
5.7 - Interação com o cubo aquecido .....	148
5.7.1 - Convecção natural - Pluma vertical .....	148
5.7.2 - Convecção mista - Pluma inclinada .....	154

**Capítulo 6 - Conclusões**

Conclusões .....	160
------------------	-----

<b>Bibliografia</b> .....	164
---------------------------	-----

## ***Simbologia***

---

Bi	número de Biot, $= h_c D / \lambda$
b	dimensão transversal da pluma térmica [ eq. (4.6.2)]
$C_p$	coeficiente de pressão
$C_r$	coeficiente de resistência aerodinâmica [ eq. (3.4.20)]
$C_\mu$	constante empírica
$c_f$	coeficiente de atrito superficial [ eq. (3.3.12)]
$c_p$	calor específico a pressão constante
D	comprimento da aresta do cubo
d	altura de deslocamento do plano base [ eq. (3.2.1)]
E	constante empírica da lei de parede para a velocidade [ eq. (5.3.4)]
f	frequência
F(k)	espectro longitudinal da componente $u$ [ eq. (3.4.12)]
$F_r$	força de resistência aerodinâmica [ eq. (3.4.19)]
$F_0$	fluxo de impulsão gravítica
Gr	número de Grashof
g	aceleração da gravidade
H	factor de forma, $= \delta_d / \delta_m$
h	altura dos elementos de rugosidade acima das réguas
$h_c$	coeficiente de transferência de calor por convecção
I	intensidade de corrente eléctrica
k	energia cinética da turbulência (cap.5); número de onda, $= 2\pi f / U$ , [ eq. (3.4.12)]
$L_1$	escala integral longitudinal da turbulência [ eq. (3.4.6)]
Nu	número de Nusselt
n	inverso do expoente da lei de potência [ eq. (3.2.2)]
P	pressão estática
$P_\infty$	pressão estática no escoamento não perturbado
$P_t$	potência total dissipada por efeito de joule
$P_b$	potência perdida por condução pela base do cubo

---

$P_r$	potência perdida para o ambiente, por radiação
$Pr$	número de Prandtl
$Pr_t$	número de Prandtl turbulento
$q_p$	fluxo de calor
$R$	constante do ar
$Ra$	número de Rayleigh
$Re$	número de Reynolds, $= UD/\nu$
$Re_\delta$	número de Reynolds definido em relação à espessura da camada limite, [ eq. (3.3.8)]
$r$	coordenada radial
$T$	temperatura num ponto genérico
$T_f$	temperatura de filme [ eq. (4.1.2)]
$T_p$	temperatura superficial do cubo
$T_\infty$	temperatura do ar não perturbado pelo cubo
$T_o$	temperatura no eixo da pluma térmica
$t$	tempo
$U, V, W$	componentes do vector velocidade, em valor médio
$\tilde{U}, \tilde{V}, \tilde{W}$	valores instantâneos das componentes do vector velocidade
$U_{ef}$	velocidade de arrefecimento da sonda de fio quente [ eq. (3.4.16)]
$U_\infty$	velocidade média do escoamento não perturbado
$U_{0.75}$	velocidade de referência em $y = 0.75 D$
$U^+$	velocidade adimensionalizada [ eq. (5.3.2)]
$u, v, w$	flutuações de velocidade em torno do respectivo valor médio
$u_\tau$	velocidade de atrito [ $= (\tau_p/\rho)^{1/2}$ ]
$V$	tensão eléctrica eficaz
$x$	coordenada cartesiana longitudinal, com origem no início da câmara de experiências
$x_0$	valor da coordenada $x$ , na origem virtual da camada limite
$y$	coordenada cartesiana vertical ( $= y' - d$ )
$y_0$	altura de rugosidade [ eq. (3.2.1)]
$y^+$	distância à parede adimensionalizada [ eq. (5.3.1)]
$y'$	coordenada cartesiana vertical, com origem na soleira do túnel
$z$	coordenada cartesiana transversal, com origem no plano vertical de simetria do túnel aerodinâmico
$\alpha$	difusibilidade térmica; ângulo de incidência do escoamento (figura 4.1)
$\beta$	coeficiente de expansão volumétrica
$\chi$	constante de von Kármán
$\delta$	espessura da camada limite
$\delta_d$	espessura de deslocamento

---

---

$\delta_m$	espessura de déficit de quantidade de movimento
$\delta_{ij}$	operador delta de Kronecker
$\delta^+$	número de Reynolds referido à espessura da camada limite [ eq. (3.3.8)]
$\varepsilon$	taxa de dissipação da energia cinética turbulenta, cap. 4; emissividade do cobre [ eq. (2.3.3)]
$\varepsilon_h$	difusibilidade térmica turbulenta
$\Gamma$	coeficiente de difusividade térmica, $= \lambda/c_p$
$\xi$	distância adimensional à parede [ eq. (3.3.8)] e também afastamento longitudinal entre dois pontos [ eq. (3.4.5)]
$\lambda$	condutividade térmica comprimento de onda (figura 4.10)
$\mu$	viscosidade dinâmica
$\mu_{ef}$	viscosidade efectiva, $= \mu + \mu_t$
$\mu_t$	viscosidade turbulenta
$\rho$	massa volúmica
$\rho_u$	coeficiente de correlação [ eq. <sup>s</sup> (3.4.5) e (3.4.8) ]
$\tau$	tensão tangencial, em geral, e também afastamento temporal entre dois instantes [ eq. (3.4.8)]
$\tau_l$	escala integral temporal [ eq. (3.4.9)]
$\tau_p$	tensão tangencial na parede
$\nu$	viscosidade cinemática
$\theta$	diferença entre a temperatura num ponto genérico da pluma e a temperatura do escoamento de aproximação ( $=T-T_\infty$ )
$\theta_p$	diferença entre a temperatura superficial do cubo e a temperatura do ar não perturbado pelo cubo ( $=T_p-T_\infty$ )
$\theta_o$	diferença entre a temperatura no eixo da pluma e a temperatura do ar não perturbado pelo cubo ( $=T_o-T_\infty$ )

---

# *Capítulo 1*

---

## *Introdução*

### **1.1 - Actualidade do projecto de investigação**

O interesse pela compreensão dos fenómenos físicos associados à interacção de escoamentos com corpos rombos neles imersos tem origem remota, como se evidencia nos famosos desenhos e esquemas de Leonardo da Vinci (1452-1519) que sugerem uma interpretação qualitativa avançada para a época. O grau de complexidade que já então se adivinhava pela simples observação atenta de tais fenómenos, a par com a aparente lentidão do progresso dos conhecimentos nos domínios da física e da matemática, foram adiando a obtenção de uma interpretação quantitativa, ainda que aproximada, seja por via experimental, seja por via analítica.

Hoje, graças às contribuições inestimáveis de físicos e matemáticos dos séculos XVIII e XIX e quase um século depois de, em 1904, Ludwig Prandtl ter introduzido o conceito de camada limite, é indiscutível o enorme avanço conseguido na compreensão de uma grande variedade de escoamentos de reconhecida importância. São disso exemplo o caso clássico do escoamento da camada limite sobre uma superfície plana e a interacção de escoamentos com corpos fuselados. As aeronaves actuais são um caso exemplar de como a aplicação da teoria da camada limite e as suas aproximações têm facilitado e impulsionado o estudo de escoamentos complexos, permitindo ao engenheiro otimizar a forma dos corpos que com eles interactivam, normalmente norteado por critérios de eficiência energética.

Não obstante o progresso registado neste domínio, o problema da interacção dos escoamentos com corpos rombos, principal objecto de estudo deste trabalho, mantém uma perfeita actualidade, na medida em que continuam por esclarecer múltiplos aspectos, sistematicamente ligados à influência, quer do escoamento, quer do corpo, no processo de interacção, dificultando a obtenção de relações causa / efeito. Em oposição ao que se passa com os corpos fuselados, o contorno dos corpos rombos não proporciona ao ar trajectórias

suaves e contínuas, criando, a sotavento, um rasto com dimensões importantes e estrutura complexa, que condiciona bastante o estudo da referida interacção. Estando envolvidos efeitos térmicos, a interdependência das acções dinâmica e térmicas acrescenta inevitavelmente complexidade ao estudo.

A extrema dificuldade, senão impossibilidade, em obter soluções analíticas exactas para tais problemas constitui um desafio que tem apontado para a concepção e utilização de modelos físicos que, não obstante incluírem certo nível de simplificação, ao associarem informação de natureza experimental com adequadas técnicas analíticas, têm conduzido a soluções aproximadas cada vez mais satisfatórias. É claro que a tal êxito não é alheio o facto de dispormos hoje em dia de meios cada vez mais evoluídos e eficazes.

Com efeito, quando se recorre à experimentação, beneficia-se cada vez mais, não só de instrumentos de medida crescentemente aptos para o estudo da estrutura complexa dos escoamentos turbulentos, mas também de meios de controlo e cálculo automáticos, que permitem o tratamento expedito dos dados adquiridos. Quando se recorre à simulação numérica, assiste-se continuamente ao aparecimento de meios de cálculo cada vez mais poderosos, o que por si só constitui um estímulo para quem se dedica ao desenvolvimento de algoritmos de cálculo.

Por outro lado, quando na abordagem do tema é dada ênfase à quantificação das trocas térmicas, a investigação integra cada vez mais nos seus objectivos, não só os aspectos de natureza fundamental ligados à compreensão dos fenómenos, em si mesmos, mas também uma crescente preocupação no sentido da eficiência energética, que decorre, em certa medida, duma tomada de consciência, não só das limitações dos recursos energéticos convencionais face às necessidades crescentes de hoje, mas também das implicações negativas que o uso indiscriminado da energia tem no equilíbrio ambiental.

O presente estudo envolve um corpo cúbico aquecido, assente numa superfície rugosa, com uma dimensão que é uma ordem de magnitude inferior à espessura da camada limite com a qual interactua, tendo exactamente a mesma forma e dimensões dos inúmeros elementos que constituem a rugosidade superficial. Esta relações geométricas conferem, por si só, características singulares ao estudo, na medida em que a transferência de calor ocorre de tal modo no interior da camada limite, que o cubo pode ser utilizado, ora como obstáculo individualizado, ora como elemento comum à rugosidade. Nestas condições, o conhecimento pormenorizado da estrutura da camada limite, nomeadamente da sua subcamada interna, em termos de grandezas médias e características turbulentas, revela-se de importância fundamental na interpretação dos resultados obtidos. Trata-se, portanto, de um estudo no domínio da transferência de calor no interior de camadas limites turbulentas.



## 1.2 - Síntese bibliográfica

A pesquisa bibliográfica efectuada permite concluir que, de entre os trabalhos anteriores dedicados ao estudo da interacção de escoamentos turbulentos com corpos rombos aquecidos neles imersos, a maioria envolve escoamento uniforme, estando actualmente disponíveis correlações empíricas, por exemplo, para o coeficiente global de transferência de calor a partir de corpos imersos em escoamentos uniformes (Bejan, 1993; Holman, 1997). Alguns trabalhos já envolvem corpos assentes no solo imersos em camadas limites turbulentas, mas normalmente com espessura inferior à dimensão característica do corpo, como é o caso de Hoerner (1965), a propósito da determinação dos coeficientes de resistência aerodinâmica de corpos com várias formas, ou de Natarajan e Chyu (1994), num estudo envolvendo transferência de massa a partir de um cubo imerso numa camada limite com  $1/5$  da sua altura, ou ainda de Quintela (1989), que estuda a transferência de calor a partir de um cubo imerso numa camada limite, cuja espessura é da mesma ordem de magnitude do próprio cubo.

É escasso o número de trabalhos publicados que abordam situações em que o gradiente de velocidade média adquire importância. Destaque-se Borges (1974) e Castro e Robins (1977). O primeiro ilustra o seu estudo analítico do comportamento dinâmico de estruturas sujeitas à acção do vento atmosférico com dois estudos experimentais em túnel aerodinâmico: num deles, a natureza do problema torna secundário o efeito do gradiente de velocidade tendo sido utilizado escoamento uniforme, mas no outro, recorre-se a uma simulação do perfil da velocidade média típico da região onde se situa a estrutura a estudar. No segundo trabalho, confrontam-se resultados experimentais relativamente a um cubo assente na superfície sujeito a duas situações de escoamento bem diferenciadas: escoamento uniforme e camada limite com espessura superior à dimensão do cubo.

Se se pensar agora na transferência de calor a partir de corpos plenamente imersos em camadas limites espessas, em regime de convecção mista, modelando, por exemplo, as perdas térmicas dos edifícios em condições de vento fraco, depara-se com uma grande escassez de documentação sobre o assunto, apesar do interesse que o mesmo tem em termos de balanço energético (Quintela e Viegas, 1995).

Destacam-se, em seguida, algumas publicações que constituem referências importantes, pela maior afinidade com o presente estudo:

a) *Caracterização e medição da turbulência* - No domínio da modelação ou do tratamento estatístico, Tennekes e Lumley (1972) e Hinze (1975) entre outros, disponibilizaram contributos preciosos para a compreensão da turbulência. Por outro lado, as complexas técnicas de medição da turbulência são abordadas em Bradshaw (1975), sendo a técnica de anemometria de fio quente, utilizada no presente trabalho, especialmente tratada em Bruun (1995). Associada às medições da turbulência está o tratamento dos sinais com vista à análise espectral (Coulon, 1986; Marple, 1987).

b) *Camada limite atmosférica* - Factores como a segurança das construções face à acção do vento atmosférico, as questões ambientais que decorrem da dispersão de poluentes, etc., têm suscitado, desde longa data, o interesse pela estudo da camada limite atmosférica, levando à produção de inúmeros trabalhos. Em termos da sua modelação são exemplos os trabalhos de Monin (1970), Panofsky (1974) e Arya (1982). Os aspectos de caracterização e sistematização da mesma encontram-se compilados em Davenport (1960) e em Counihan (1975). Quanto à simulação experimental da camada limite atmosférica em túnel aerodinâmico, os trabalhos que reproduzem as diversas condições de rugosidade dos terrenos, tipicamente zonas rurais ou urbanas, são os mais interessantes para efeito de comparação com os resultados provenientes do presente estudo. Estão neste caso as publicações de Counihan (1972, 1973) e Robins (1979). Em Cermak (1981) são abordados aspectos importantes do projecto de túneis de vento, com vista à modelação física da camada limite atmosférica. É este um campo em que a investigação em curso actualmente é abundante.

c) *Transferência de calor em camadas limites turbulentas* - O assunto é, regra geral, abordado em termos de um ou outro de dois pontos de vista: transferência de calor a partir de superfícies aquecidas e transferência de calor a partir de corpos aquecidos e assentes na superfície. Estão no primeiro caso os estudos de Owen e Thomson (1963), Nagano (1995) e Hirota (1994), entre outros. Relativamente ao segundo caso, o estudo de Quintela (1989), já atrás referido, constitui a referência mais próxima do presente estudo, analisando a transferência de calor a partir do cubo também do ponto de vista dos coeficientes locais. Também Natarajan e Chyu (1994) fornece elementos interessantes do ponto de vista da transmissão de calor, a partir do seu estudo de transferência de massa, devido à analogia existente. Ambos analisam a influência da orientação angular do cubo em relação ao escoamento incidente. Uma sequência de dois trabalhos que têm alguma afinidade com o presente estudo, em termos de características da camada limite, é o estudo do escoamento (Robins e Castro, 1977<sup>a</sup>) e do campo das concentrações (Robins e Castro, 1977<sup>b</sup>), na vizinhança de um cubo provido de uma fonte pontual localizada no centro da face de topo e imerso numa camada limite turbulenta com uma espessura décupla da altura do cubo.

dl) *Simulação numérica de escoamentos turbulentos* - Bastante interessante esta actividade, porque promissora em termos de aplicações em engenharia, tem constituído um grande desafio para o desenvolvimento de modelos de turbulência e algoritmos de cálculo. A Mecânica dos Flúidos Computacional é uma área que beneficia directamente da evolução dos computadores e, por consequência, tem tido um desenvolvimento acentuado nas últimas décadas com um crescente número de trabalhos publicados. Em termos de modelação numérica, saliente-se Patankar (1980) e Hossain e Rodi (1974), entre outros. Em grande parte dos mais recentes trabalhos de aplicação de modelos numéricos, recorre-se ao cubo como paradigma dos corpos rombos, utilizando esta forma para testar os diversos modelos físicos em desenvolvimento (Murakami, 1995; Rodi, 1995; Frank, 1995). Apresentando novos modelos numéricos em desenvolvimento e as últimas revisões de modelos já testados, Murakami (1997) faz o ponto da situação nesta matéria, ou seja, *"the state of the art"*, como se lhe costuma chamar, procurando justificar a dificuldade em obter soluções satisfatórias para problemas de engenharia pelo recurso à simulação numérica.

### 1.3 - Definição dos objectivos e do plano de trabalho

O objectivo fundamental do presente estudo é contribuir para a compreensão da estrutura do escoamento perto dos elementos de rugosidade sobre os quais é desenvolvida uma camada limite turbulenta espessa e do modo com ela interacciona com um cubo aquecido assente na superfície. Numa primeira fase deste estudo são geradas e desenvolvidas camadas limites turbulentas sobre superfícies planas muito rugosas, de modo a simular a uma escala apropriada as características médias e turbulentas da camada limite atmosférica sobre terrenos típicos. Estas experiências são realizadas num túnel aerodinâmico de camada limite em cuja câmara de experiências foi instalada uma superfície plana de rugosidade variável. São usadas diferentes condições de escoamento e rugosidade, visando naturalmente alargar o domínio de validade dos estudos efectuados.

Perante a necessidade crescente de proceder a estudos desta natureza em condições de simulação adequada da camada limite atmosférica, a geração de camadas limites espessas em túnel aerodinâmico, constitui por si só um estímulo, na medida em que habilita um poderoso meio experimental, o túnel aerodinâmico, a dar resposta actualizada nas áreas da segurança estrutural das construções, do conforto ambiental e da poluição atmosférica. Deste modo, para a suposta originalidade do presente trabalho concorrem duas particularidades: a primeira advém do facto de terem sido utilizadas camadas limites

espessas, com espessura sempre várias vezes superior à dimensão do modelo cúbico, e a segunda decorre do facto do modelo ter forma e dimensões idênticas a cada um dos elementos que constituem a rugosidade sobre a qual é gerada a camada limite, o que confere ao estudo maior versatilidade, na medida em que o modelo pode ser encarado ora como elemento comum à rugosidade ora como obstáculo saliente da mesma.

No capítulo 2 procede-se à descrição pormenorizada das técnicas experimentais adoptadas, descrevendo a constituição da montagem experimental, essencialmente composta pelo túnel aerodinâmico provido de uma superfície rugosa instalada na soleira da câmara de experiências e pelos modelos cúbicos instrumentados. O equipamento de medição compreende essencialmente a anemometria de fio quente e a termometria por meio de sondas de corrente constante ou por meio de sondas de termopar.

O capítulo 3 é dedicado à geração e desenvolvimento das camadas limites turbulentas. Para cada situação gerada é analisado o grau de desenvolvimento da camada limite mediante o cálculo dos correspondentes parâmetros integrais. É também estudada a estrutura da camada limite turbulenta do escoamento isotérmico de aproximação ao modelo, fundamentalmente no que diz respeito a perfis de velocidade média, de intensidade de turbulência e de tensões de corte. Analisa-se ainda a interacção dinâmica com um cubo à temperatura ambiente, sendo utilizado um modelo instrumentado com tomadas de pressão estática sujeito a diferentes configurações do perfil de velocidades e fazendo variar também a orientação angular do modelo relativamente ao escoamento.

No capítulo 4 procede-se à caracterização da interacção térmica com um cubo assente no plano correspondente ao nível virtual da origem da camada limite, sendo utilizado um modelo em cobre, maciço, adequadamente instrumentado. São determinadas as suas características convectivas, percorrendo um domínio que vai desde a convecção livre à convecção forçada, para diferentes configurações dos perfis de velocidade e orientações do modelo. É dada particular atenção à convecção mista, que é uma situação típica de problemas práticos de engenharia, tais como a envolvente de edifícios e certo tipo de equipamentos industriais, não obstante ser um assunto muito pouco documentado. São também estudadas as respectivas plumas térmicas, procedendo à modelação do seu crescimento.

O produto desta fase do trabalho visa traduzir-se num melhor entendimento de um certo número de problemas técnicos muito importantes, seja no âmbito da acção do vento sobre as construções, seja do ponto de vista de conservação de energia e da dispersão de poluentes. Poderá ainda por extensão conduzir à aplicação de critérios judiciosos para a localização das fontes de poluição e das aberturas de comunicação com o exterior, ou ainda

em termos do estudo da eficiência térmica de equipamentos permutadores ou dissipadores de calor envolvendo a utilização de superfícies rugosas.

No capítulo 5 procede-se à simulação numérica das situações anteriormente objecto de simulação física, utilizando para o efeito um programa de cálculo automático baseado no modelo de turbulência a duas equações,  $k - \epsilon$ . Comparam-se os resultados obtidos pelas duas vias de simulação utilizadas, quer entre si, quer com aqueles que decorrem da aplicação de modelos teóricos eventualmente disponíveis. Validando os algoritmos numéricos utilizados, bem como os modelos físico-matemáticos subjacentes, pretende-se criar uma ferramenta numérica complementar à experimental, que possibilite dar resposta satisfatória e rápida às solicitações técnicas mencionadas.

Finalmente, no capítulo 6: tiram-se algumas conclusões que decorrem da análise dos resultados obtidos; apontam-se as dificuldades encontradas, quer no âmbito dos ensaios experimentais, quer no da simulação numérica; sugerem-se possíveis vias para as ultrapassar e salientam-se os aspectos que carecem de análise mais pormenorizada e profunda, numa perspectiva de desenvolvimento futuro do projecto de investigação mais alargado, respeitante à interacção de camadas limites com corpos prismáticos.

## *Capítulo 2*

---

### *Técnicas experimentais adoptadas*

#### **2.1 - O túnel aerodinâmico**

Praticamente todos os ensaios experimentais foram efectuados no túnel aerodinâmico instalado no Laboratório de Mecânica dos Fluidos e Termodinâmica Aplicada, da FCT-UNL. Trata-se de um túnel de camada limite que dispõe de uma câmara de experiências relativamente longa (9 m) e, portanto, especialmente vocacionado para o tipo de estudos envolvidos no presente trabalho. Funciona em circuito fechado e é provido de três ventiladores em paralelo, sendo cada um accionado independentemente dos restantes, a partir de um quadro eléctrico de comando.

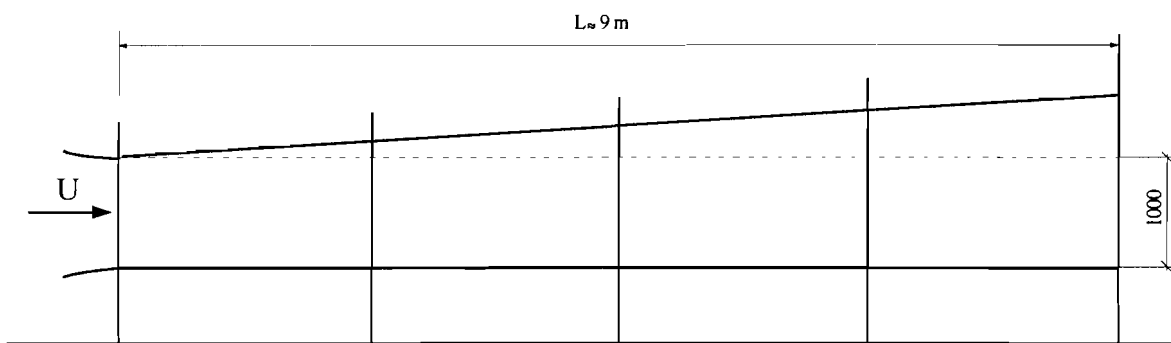
Originalmente, cada ventilador, directamente acoplado a um motor assíncrono de 15 kW, tinha dois regimes de funcionamento fixos, 722 ou 1460 rpm, o que permitia explorar o túnel numa gama discreta de velocidades do ar na câmara de experiências: aproximadamente entre 7 e 30 m/s, de acordo com as oito configurações simétricas de rotação dos três ventiladores. Posteriormente, o esquema de funcionamento foi objecto de uma melhoria muito significativa que consistiu na possibilidade de regular continuamente a velocidade do ventilador central, através de um conversor de frequência integrado no respectivo circuito eléctrico de alimentação. Desde então, é possível regular a velocidade do ar, continuamente, desde 0 até mais de 30 m/s. Concretamente, no âmbito deste trabalho de investigação, passou a ser bastante mais fácil diminuir a velocidade até conseguir obter condições de convecção térmica mista. Graças à câmara de contracção, que precede imediatamente a câmara de experiências, dispõe-se, à entrada, de um escoamento praticamente uniforme e com baixa intensidade de turbulência ( $\approx 1\%$ ), a partir do qual se desenvolve a camada limite, ao longo dos 9 metros disponíveis.

A câmara de experiências, esquematicamente ilustrada na figura 2.1, tem uma secção transversal rectangular de  $1.5 \times 1 \text{ m}^2$  à entrada. As suas paredes laterais são providas de 8

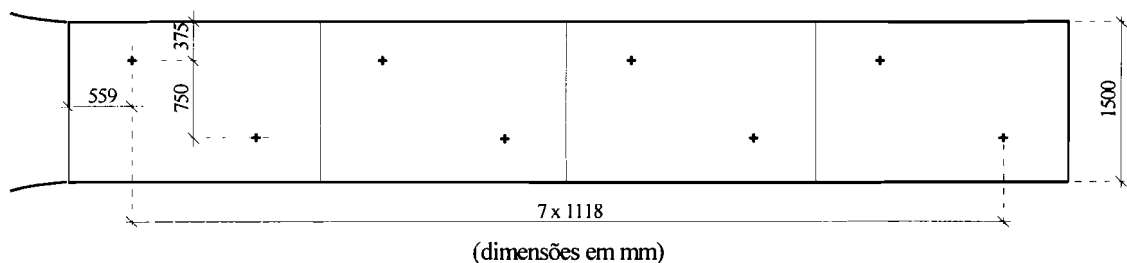
grandes janelas envidraçadas, cuja abertura permite uma franca acessibilidade ao interior da câmara, bem como a observação integral da evolução dos ensaios.

A altura da câmara, sendo de 1 m nas condições de secção transversal constante, é alterável em função da inclinação conferida ao tecto, que é constituído por quatro módulos justapostos, de inclinação regulável. Com o objectivo de medir a evolução da pressão estática ao longo da câmara de experiências, instrumentou-se o tecto da referida câmara com tomadas de pressão estática distribuídas regularmente e de uma forma alternada, tal como indicado, em planta, na figura 2.1.

As tomadas de pressão assim definidas podem ser utilizadas não só para condicionar a evolução longitudinal da pressão estática, mas também, para aceder à pressão de referência em cada uma das potenciais estações de trabalho, onde estão instaladas. Nos ensaios em análise, procedeu-se à regulação dos módulos do tecto com vista ao anulamento do gradiente longitudinal de pressão estática.



Vista lateral - Representação esquemática da estrutura modular



Planta - Distribuição das tomadas de pressão estática no tecto.

**Figura 2.1** - Câmara de experiências do túnel aerodinâmico

## **2.2 - Técnica adoptada para o desenvolvimento da camada limite turbulenta.**

O estudo relativo à geração e desenvolvimento de camadas limites na câmara de experiências processou-se em duas fases distintas, obedecendo a uma sequência lógica. Na primeira fase, concluída a montagem da câmara de experiências, em meados da década de 80, procedeu-se ao estudo do desenvolvimento da camada limite em duas situações extremas: sobre uma superfície plana lisa, isto é, sobre a soleira do túnel, sem elementos de rugosidade, e sobre uma superfície plana rugosa de geometria fixa, correspondendo esta última situação à rugosidade máxima, prevista no plano de estudos. Posteriormente, para cumprir na íntegra os objectivos do trabalho, seguiu-se a segunda fase, introduzindo um sistema de variação de rugosidade.

### **2.2.1 - Superfície rugosa de geometria fixa**

Ainda no âmbito da preparação para as Provas de Aptidão Pedagógica e Capacidade Científica, mas já numa perspectiva de continuidade, efectuou-se um estudo experimental do desenvolvimento da camada limite turbulenta sobre uma superfície plana muito rugosa (Carvalho, 1988). Para o efeito recorreu-se a uma rugosidade artificial constituída por elementos cúbicos executados em madeira de pinho e distribuídos pela superfície do piso da câmara de experiências. Este foi integralmente coberto com cubos de 50 mm de aresta, distribuídos em quicôncio, com faces paralelas ao escoamento e ocupando 25 % da área total disponível. Esta densidade de ocupação da superfície corresponde, segundo Counihan (1971), à máxima contribuição do conjunto dos elementos de rugosidade para a tensão tangencial média. Ao fixar deste modo a máxima rugosidade superficial, os resultados experimentais relativos ao desenvolvimento da camada limite naquela situação passaram a constituir uma fonte de informação prévia, imprescindível para o subsequente desenvolvimento do trabalho de investigação.

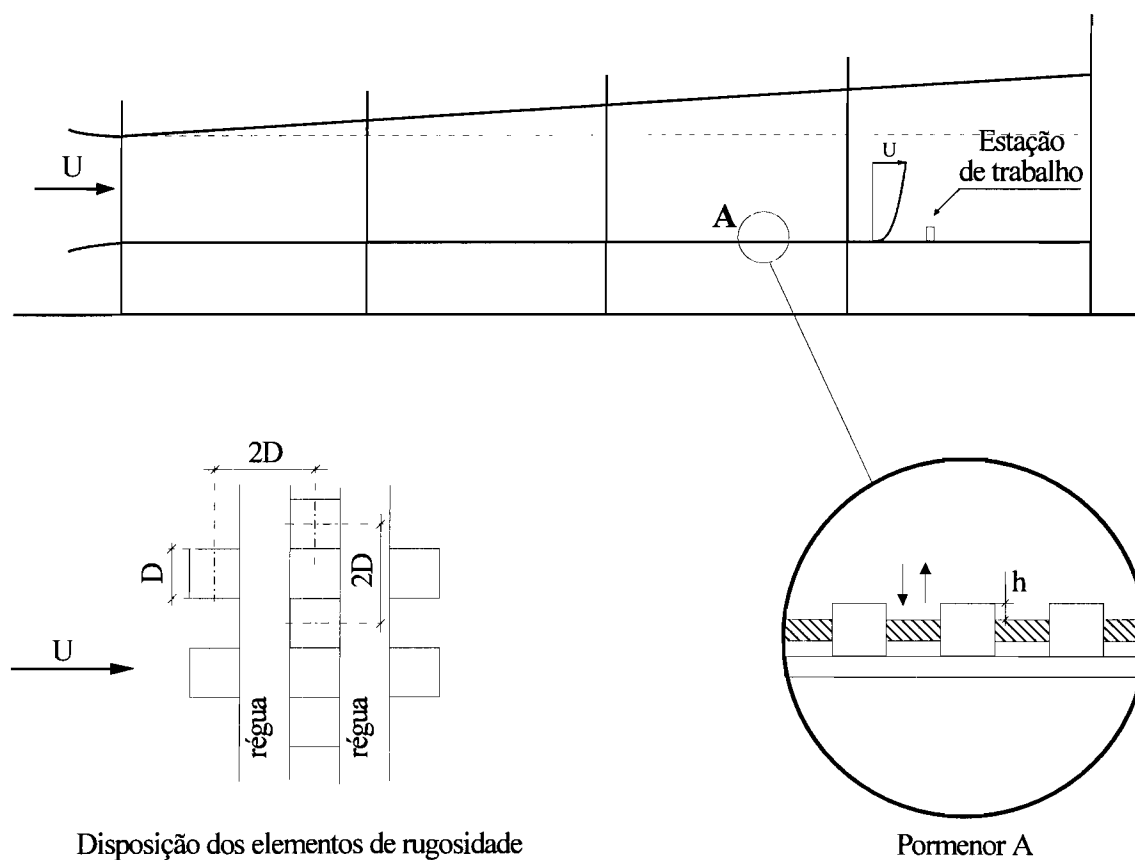
### **2.2.2 - Técnica de variação da rugosidade**

A rugosidade de geometria fixa, acima descrita, foi aproveitada, tendo em vista a criação de um sistema de variação da rugosidade superficial, por variação da altura dos elementos



de rugosidade. Para o efeito, recorreu-se a réguas com as seguintes dimensões: um comprimento de 1500 mm, correspondente à largura da câmara de experiências; uma largura de 50 mm, correspondente ao espaço disponível entre filas consecutivas de cubos, e uma altura de 20 mm. Toda a extensão da câmara de experiências foi coberta com estas réguas, posicionadas como se representa esquematicamente, em planta, na figura 2.2.

A variação da altura,  $h$ , dos elementos de rugosidade acima da superfície (figura 2.2, pormenor A) é feita recorrendo a parafusos que ligam as réguas ao piso do túnel e que permitem o movimento vertical das mesmas. Com base nesta técnica de regulação, atendendo aos 20 mm de altura das réguas, é possível variar  $h$  entre 0 mm, quando as réguas estão na sua posição superior, e aproximadamente 30 mm quando estão totalmente descidas.



**Figura 2.2** - Técnica de variação da rugosidade superficial.

Deste modo, mantendo inalterada a distribuição dos elementos de rugosidade em planta, a montagem experimental permite a simulação de diferentes condições de rugosidade superficial, podendo tomar-se, em primeira análise, o parâmetro adimensional  $h/D$  como característico de cada rugosidade seleccionada.

Tentando tirar proveito do comprimento disponível na câmara de experiências, para desenvolver a camada limite turbulenta, procurou-se definir uma estação de trabalho tão perto quanto possível do fim da câmara de experiências, para estudar a interacção da camada limite com os modelos. As experiências permitiram concluir que a partir de  $x \approx 7.5$  m ficava gradualmente comprometida a bidimensionalidade do escoamento, devido à proximidade da câmara de aspiração do ar. Definiu-se então a referida estação de trabalho em  $x = 7.27$  m, substituindo o elemento de rugosidade ali colocado por cada modelo instrumentado, objecto de estudo, como se representa esquematicamente na figura 2.2.

### **2.3 - Os modelos e a sua instrumentação.**

Descrevem-se, em seguida, os modelos utilizados no estudo da interacção de corpos assentes no solo com as camadas limites geradas por recurso à técnica experimental que se acabou de descrever.

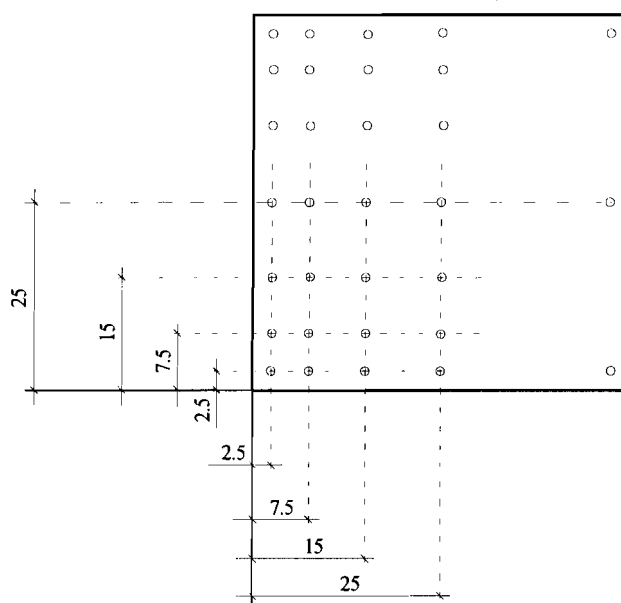
Foram utilizados dois modelos cúbicos, com objectivos muito diferentes, em que a única característica comum era a sua dimensão: 50 mm de aresta. Um modelo foi projectado para medir a pressão à superfície e outro, de concepção totalmente diferente, para estudar a transferência de calor. Ao utilizar a mesma dimensão dos restantes elementos de rugosidade, conferiu-se maior flexibilidade ao estudo, na medida em que os modelos podem ser estudados, quer como elementos isolados, quer como elementos da própria rugosidade.

#### **2.3.1 - O modelo cúbico para determinação dos coeficientes de pressão.**

O cubo destinado à medição dos coeficientes de pressão é um corpo oco, construído em chapa de alumínio com 1 mm de espessura. A sua forma resulta da justaposição e colagem das 5 faces, adequadamente instrumentadas, sendo o conjunto, assim formado, colado no

centro de uma base de madeira com um contorno circular para permitir a sua rotação, fazendo variar, por consequência, a orientação angular do cubo relativamente ao escoamento.

Devido às suas reduzidas dimensões, o espaço interior do cubo limitou bastante o número total de tomadas de pressão a instalar nas 5 faces expostas ao escoamento. Optou-se por instrumentar uma das faces laterais, conforme indicado na figura 2.3, medindo apenas em meia face, de cada vez, e tirando partido de condições de simetria que se vão verificando, para cada orientação angular do cubo. Providenciou-se uma densidade de distribuição da tomadas de pressão mais elevada junto às arestas, por se esperar aí maior gradiente de pressão. As restantes faces laterais e o topo do cubo dispunham apenas de uma tomada de pressão no centro da face, para controlo das medições, durante os ensaios.



(dimensões em mm)

**Figura 2.3** - Distribuição das tomadas de pressão estática, na face instrumentada.

As tomadas de pressão foram construídas a partir de agulhas hipodérmicas, com 1 mm de diâmetro interior, cortando pequenos troços, com cerca de 5 mm de comprimento total. Após facejamento das suas extremidades, cada tubo era introduzido sob pressão na furação

executada perpendicularmente à superfície, posicionando-se à face, do lado de fora do cubo e sendo colado do lado de dentro. O comprimento remanescente no interior do cubo era utilizado para ligar as tomadas de pressão, através de tubo plástico flexível, a um dispositivo de varrimento *Scanivalve*, com capacidade para 48 válvulas, que se encontrava ligado, por sua vez, a um micromanómetro de Betz onde finalmente se obtinha o valor da pressão, com uma precisão de  $\pm 0.5$  Pa.

Fazendo rodar o cubo em torno do seu eixo vertical, até perfazer uma rotação completa, obtiveram-se valores dos coeficientes de pressão em todas as faces, para cada situação analisada.

### 2.3.2 - O modelo cúbico fonte de calor.

Para o estudo da interacção de um cubo aquecido com a camada limite, construiu-se um modelo em cobre maciço, por ser um material muito bom condutor térmico (condutibilidade térmica,  $\lambda \approx 380$  W/mK, a  $100^\circ\text{C}$ ). O cubo era provido de uma resistência eléctrica de aquecimento concentrada no seu interior, para permitir o seu funcionamento como fonte de calor isotérmica. A execução do modelo assim concebido foi precedida de um estudo numérico com o objectivo de ajuizar da isoterminia da temperatura à superfície e, portanto, da viabilidade técnica da solução adoptada.

#### a) Estudo prévio de simulação numérica

Sabendo a dimensão característica do corpo,  $D$ , a gama de valores prevista para o coeficiente de transferência de calor por convecção,  $h_c$ , e a condutibilidade térmica,  $\lambda$ , estimou-se a ordem de magnitude do limite superior previsto para o número de Biot,  $Bi = h_c D / \lambda$ , que permite comparar a resistência interna de condução com a resistência superficial de convecção. Sendo  $Bi$  máximo da ordem de magnitude de  $10^{-2}$ , conclui-se que a resistência interna de condução seria sempre muito inferior à resistência superficial de convecção, promovendo a uniformidade de temperatura no interior do cubo, particularmente em regime permanente e na condição de convecção natural

Para confirmar que assim era, nomeadamente tendo em atenção que se pretendia medir, com precisão aceitável, a temperatura superficial do cubo, utilizando sondas de temperatura forçosamente localizadas no interior do cubo (embora perto da superfície), elaborou-se um

programa de cálculo numérico, pelo método das diferenças finitas, aplicado à condução tridimensional de calor. Discretizando o interior do cubo, as fontes de calor foram simuladas nos nós centrais correspondentes ao eixo do cubo tendo sido também usados coeficientes de convecção,  $h_c$ , distintos nas diferentes faces. O nível de discretização conduziu a um sistema de 175 equações nodais a 175 incógnitas (as temperaturas nos nós), cuja resolução foi efectuada para várias situações recorrendo a um algoritmo de cálculo exacto (método de Gauss). Eram dados do problema o coeficiente de condutividade térmica do cobre, a potência dissipada e os valores de  $h_c$  correspondentes a cada face.

Os resultados apontaram sempre para uma quase total uniformidade da temperatura no interior do corpo a qual decorre, sem dúvida da muito elevada difusividade térmica do cobre. As diferenças de temperatura no interior do cubo nunca foram além de alguns décimos de grau, mesmo admitindo diferenças assinaláveis nos valores de  $h_c$  nas várias faces, todos elevados. Este estudo veio confirmar a viabilidade da solução adoptada.

#### **a) Descrição do modelo aquecido**

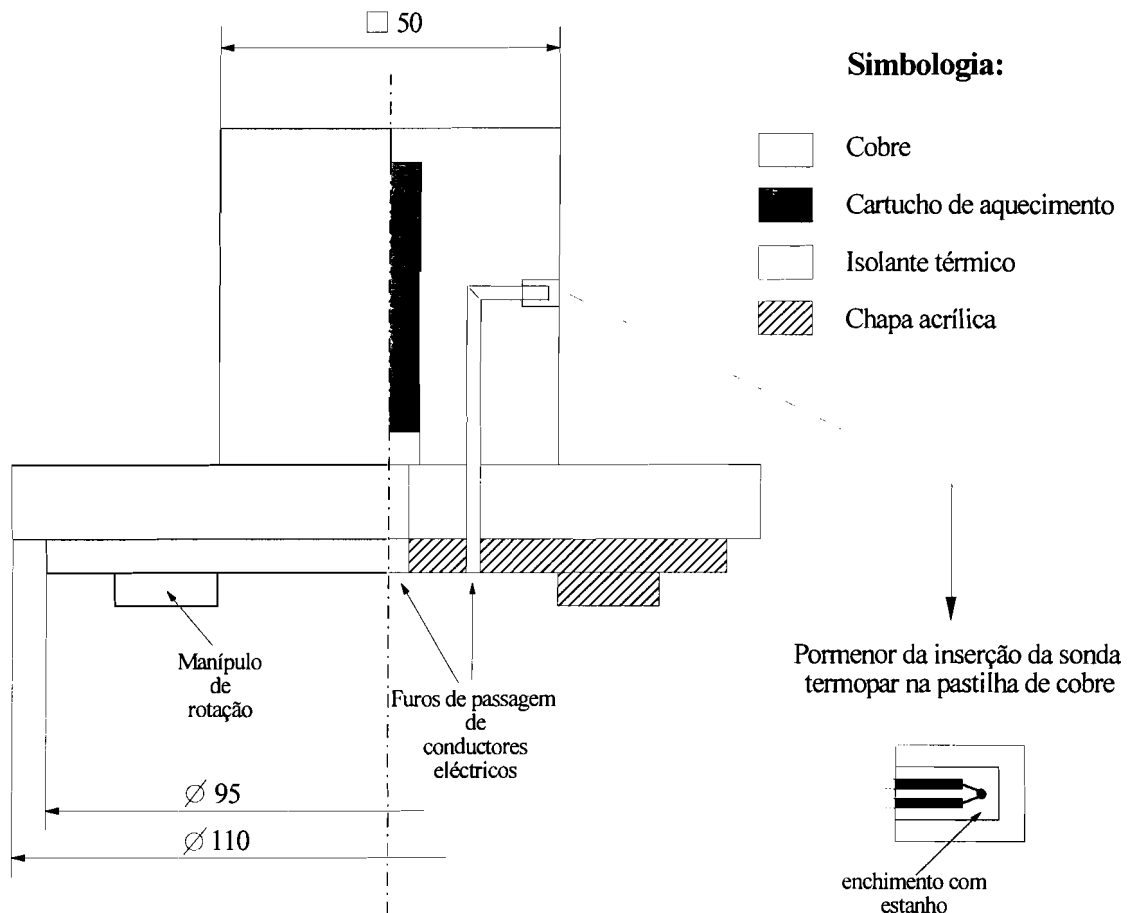
A figura 2.4 representa a constituição do modelo cúbico aquecido e da sua base de assentamento. Trata-se, como já foi referido, de um cubo maciço em cobre, com 50 mm de aresta e com a fonte de calor colocada na região central. A fonte de calor é uma resistência eléctrica, cuja potência nominal a 220V é 200 W, integrada num cartucho cilíndrico em aço inoxidável com um diâmetro de 10 mm e um comprimento de 40 mm. A alimentação da resistência eléctrica faz-se por intermédio de um variador de tensão. Tratando-se de um circuito eléctrico resistivo, a medição separada do valor da intensidade de corrente eléctrica,  $I$  (A), e do valor da tensão eficaz,  $V$  (V), permite o cálculo imediato da potência total,  $P_t$  (W), dissipada por efeito de joule:

$$P_t = V I \quad . \quad (2.3.1)$$

Na figura representa-se, em corte, a inserção de uma sonda de termopar, no interior do cubo, junto à superfície. Foram colocadas, em condições semelhantes, mais duas sondas: uma perto de outra face contígua e outra junto ao topo do cubo. Foi colocada uma quarta sonda na base de cubo.

O cubo assenta directamente sobre uma base cilíndrica, constituída por um material isolante térmico, cujas características, à partida, não eram conhecidas com rigor suficiente,

mas que foram determinadas laboratorialmente, recorrendo a um ensaio em regime transitório e fazendo uso do número de Fourier,  $Fo = \lambda t / (\rho c_p s^2)$ , que compara a dimensão característica de um corpo,  $s$ , com a profundidade de penetração dos efeitos térmicos, ao fim de um período de tempo,  $t$ . Conclui-se que  $\lambda \approx 0.1$  W/mK, sendo o material comparável ao amianto, em termos de condutibilidade térmica.



**Figura 2.4** - Representação, em meio corte e planta, do modelo aquecido.

Conhecendo a temperatura na base do cubo,  $T_b$ , e medindo também a temperatura na superfície de contacto do material isolante com a chapa acrílica,  $T_i$ , através de uma sonda de termopar ali instalada, estimava-se a parcela de potência térmica perdida por condução pela base do cubo,  $P_b$ . Para o efeito, como a relação entre o diâmetro da base e a sua

espessura é de ordem inferior a 1, assumiu-se condução unidimensional de calor, segundo a vertical, aplicando-se directamente a lei de Fourier

$$P_b = \lambda A (T_b - T_i) (\Delta x) \quad (2.3.2)$$

onde  $A$  é a área de passagem do calor, tomada aqui como aproximadamente igual à área da base do cubo, e  $\Delta x$  é a espessura da camada de isolante.

Também a parcela de potência térmica perdida por radiação foi sempre estimada. São conhecidos os valores da emissividade do cobre polido,  $\varepsilon = 0.023$ , e do cobre aquecido durante muito tempo e coberto de óxido,  $\varepsilon = 0.78$ , (Holman, 1997). O contraste entre estes dois valores aconselha o máximo cuidado no controlo das perdas por radiação.

A experiência demonstrou que, a partir de 150 ou 160 °C, o cubo, inicialmente polido, perdia gradualmente o seu polimento, tornando-se baço e apresentando uma coloração em tons de azul-escuro. Nestas condições, deixava de haver controlo sobre a importância relativa da potência perdida por radiação. Assim sendo, o cubo era mantido sempre polido, limitando a sua temperatura superficial,  $T_p$ , aos valores acima referidos, e a parcela de potência perdida por radiação,  $P_r$ , embora mínima, era sempre estimada, supondo o meio envolvente como corpo negro à temperatura  $T_\infty$  e recorrendo à lei de Stefan-Boltzmann na forma

$$P_r = \sigma \cdot A \cdot \varepsilon \cdot (T_p^4 - T_\infty^4) \quad (2.3.3)$$

na qual  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ , é a constante de Stefan-Boltzmann, e  $A$  é a área de permuta de calor, neste caso a área de toda a superfície exterior do cubo.

Deste modo, a potência realmente convectada para o fluido envolvente,  $P_c$ , era determinada, com maior precisão, fazendo a correcção seguinte:

$$P_c = P_t - (P_b + P_r) \quad (2.3.4)$$

Em condições de convecção natural, a importância relativa do termo de perdas por condução e radiação, no segundo membro da equação (2.3.4), atingia os 10% da potência total, o que é considerável, justificando a correcção efectuada.

## 2.4 - Medição do campo de velocidades.

Numa primeira fase, estudou-se o desenvolvimento da camada limite ao longo da câmara de experiências, em termos de parâmetros integrais, tendo-se usado um pente de tubos de pressão total no levantamento dos perfis de velocidade média. Como a fase seguinte implicava o estudo das características turbulentas da camada limite e não se dispunha de equipamento adequado no laboratório, recorreu-se a uma cadeia de anemometria de fio quente temporariamente cedida pela Universidade de Coimbra. Posteriormente, na última fase dos trabalhos experimentais, já foi possível utilizar equipamento próprio, recentemente adquirido.

A generalidade das medições de velocidade foi efectuada com a cadeia de anemometria de fio quente da Universidade de Coimbra. Supondo conhecidos o seu princípio de funcionamento e as técnicas de utilização (Hinze, 1975; Bradshaw, 1975, Bruun, 1995), descrevem-se, em seguida os componentes essenciais que integram a referida cadeia:

- um anemómetro de temperatura constante Disa 55M01, ligado a uma ponte de Wheatstone Disa 55M10;
- uma sonda normal, Disa 55P11, com o fio em tungsténio com 5  $\mu\text{m}$  de diâmetro e 1.25 mm de comprimento (para medição da componente  $\tilde{U}$ );
- uma sonda inclinada a 45°, Disa 55P12, com as restantes características análogas à anterior (para medição de  $\overline{uv}$ );
- um conversor analógico/digital Keithley-Metrabite, modelo DASH-16, de 12 bites configurado para a gama de valores de tensão compreendida entre 0 e 5 volt, dividindo-a em 4096 ( $2^{12}$ ) níveis de tensão, o que corresponde a uma resolução de 1.22 mV.
- um computador pessoal IBM compatível para a determinação de curvas de calibração das sondas, aquisição e registo de dados, e posterior tratamento estatístico dos mesmos.
- um osciloscópio Gould OS1420, de dois canais, com uma largura de banda de 2 Hz a 20 MHz, para visualizar as flutuações de tensão e equilibrar a ponte de Wheatstone.



Sendo os ensaios normalmente demorados, as sondas utilizadas eram regularmente calibradas, recorrendo ao cone potencial de um jacto livre, à saída de uma câmara de tranquilização, e a um micromanómetro de Betz.

Não tendo sido possível medir o campo de velocidades nas plumas térmicas, por falta de instrumentos de anemometria com compensação de temperatura, todas as medições efectuadas abrangeram apenas o escoamento isotérmico das camadas limites. Assim sendo, a linearização do sinal de anemometria era feita recorrendo à lei de King

$$E^2 = A + BU^n \quad (2.4.1)$$

onde

$E$  - é a tensão aplicada nas extremidades do filamento;

$U$  - é a velocidade normal ao filamento;

$A$ ,  $B$  e  $n$  são coeficientes, determinados por regressão aplicada ao conjunto dos pares ordenados ( $E, U$ ) obtidos na calibração.

Nos últimos ensaios de anemometria, utilizou-se a nova cadeia de anemometria de fio quente adquirida para o laboratório, designada *Dantec-Streamline*, que é uma versão mais moderna da cadeia anteriormente descrita (do mesmo fabricante, agora chamado *Dantec*) e constituída essencialmente por uma unidade de anemometria Streamline 90N10 provida de três módulos CTA-90C10 (*Constant Temperature Anemometer*) e, portanto, apta para a medição simultânea das três componentes da velocidade. Dispõe-se ainda de uma unidade de calibração Streamline 90H02, associada a um módulo 90H01, que permite a calibração automática das sondas.

A principal diferença desta cadeia de anemometria, em relação ao equipamento anteriormente descrito, reside no facto de todo o processo de controlo da cadeia e de calibração de sondas ser feito por computador, usando *software* próprio, designado por Streamware. A calibração automática das sondas engloba a linearização do sinal por recurso a um polinómio do 3º ou 4º grau.

Em todos os ensaios realizados, o levantamento dos perfis de velocidade era efectuado utilizando como mecanismo de posicionamento das sondas um graminho de precisão Mitutoyo, com 600 mm de curso.

## 2.5 - Medição do campo de temperaturas.

Em convecção natural, a medição do campo de temperaturas nas plumas verticais foi efectuada recorrendo a um pente de sondas de termopar calibradas individualmente, sendo os sinais de tensão pré-amplificados e depois digitalizados.

Por outro lado, para a medição do campo de temperaturas em convecção mista, utilizou-se uma cadeia de termometria que opera com sondas alimentadas a corrente constante, sendo o correspondente sinal de tensão também objecto de conversão analógico/ digital.

Para o controlo da temperatura do cubo, utilizou-se um dispositivo electrónico de varrimento (*scanner*) com 10 canais (Digitron Scanner 2210) e adaptado a sondas tipo K, sendo as leituras obtidas com uma precisão de 0.5 °C.

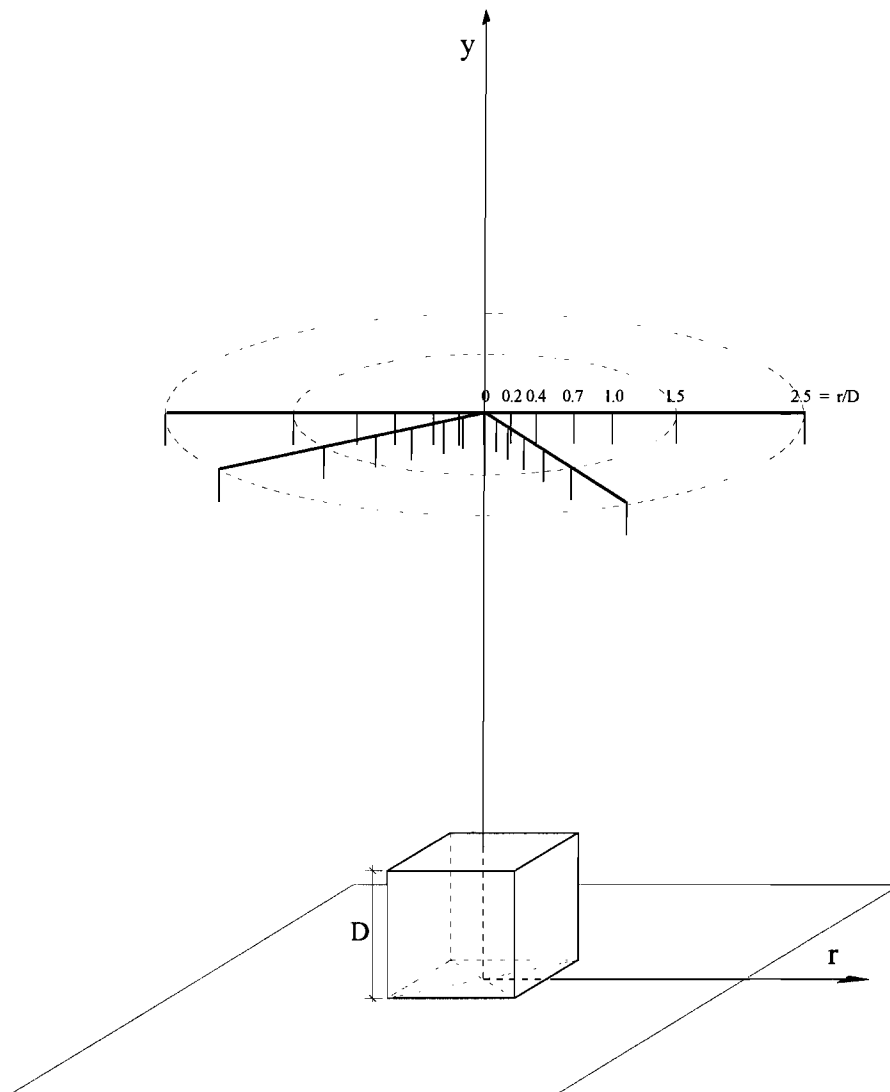
### 2.5.1 - Pluma vertical.

Tendo como objectivo a determinação da distribuição radial da temperatura média na pluma vertical, em planos sucessivamente mais afastados da fonte de calor, construiu-se um pente de sondas de termopar do tipo K (chromel-alumel), esquematicamente representado na figura 2.5, constituído por uma haste com 250 mm de comprimento colocada paralelamente a uma face do cubo e por outras duas, com 125 mm, fazendo um ângulo de 45° com a primeira. O pente, quando centrado com o eixo vertical do cubo, permitia verificar o grau de axissimetria da pluma térmica, particularmente em planos horizontais próximos do cubo. Além disso, com este posicionamento do pente, tornava-se mais fácil detectar assimetrias do perfil de temperaturas, associadas à oscilação da pluma. A distribuição dos termopares no pente está representada na figura e é mais densa perto da região central, por aí ocorrerem os maiores gradientes de temperatura.

O movimento vertical do pente, para posicionamento em diferentes planos horizontais, era efectuado através do graminho de precisão atrás descrito, ao qual o pente se ligava por meio de um braço metálico horizontal, suficientemente extenso para não perturbar a pluma.

Embora os valores da temperatura da pluma tendam assintoticamente para a temperatura ambiente com o afastamento em relação ao eixo da pluma, as sondas periféricas do pente ainda eram influenciadas pela pluma, nomeadamente pela sua oscilação, pelo que o valor da temperatura ambiente era avaliado a partir de 3 sondas adicionais colocadas suficientemente longe.

Em cada ensaio, para além das medições nas plumas térmicas, efectuavam-se também as medições necessárias para calcular o coeficiente de transferência de calor por convecção e o número de Nusselt. Para o efeito, as sondas de termopar integradas no interior do cubo, na sua base e na interface acrílico/isolante, eram ligadas ao *scanner* de temperaturas atrás descrito.



**Figura 2.5** - Pente de termopares: posicionamento das sondas.

A figura 2.6 mostra o aspecto geral da montagem experimental utilizada para o estudo das plumas térmicas em convecção natural, quer com o cubo isolado, quer como elemento de rugosidade. Na situação ilustrada na figura, procurou-se reproduzir a mesma rugosidade superficial que foi utilizada no túnel aerodinâmico, colocando alguns elementos de rugosidade em volta do cubo aquecido, respeitando a distribuição original (vd. figura 2.2). Pode observar-se também que a câmara de experiências, executada de propósito, não tem tecto, permitindo o livre desenvolvimento da pluma vertical. Para subir ou descer o pente, acedia-se ao graminho sem retirar a janela, através de uma pequena abertura executada na parte inferior desta, de modo a não perturbar o ritmo dos ensaios.



**Figura 2.6** - Montagem experimental para o estudo da pluma vertical.

A câmara tinha uma secção horizontal quadrada com  $1 \times 1 \text{ m}^2$  e uma altura de 2 m. A aquisição dos sinais relativos às sondas que integravam o pente e às da temperatura ambiente processava-se em duas fases: em primeiro lugar, devido à fraca intensidade da força electromotriz (f.e.m.) gerada nos termopares do tipo K por cada grau centígrado de variação da temperatura da junção ( $42 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$  a  $100^\circ\text{C}$ ), os sinais eram amplificados em placas EXP-16; seguidamente, os sinais amplificados eram digitalizados num conversor analógico/digital DASH-8, também da Keithley-Metrabite.

Era feita a calibração individual das sondas com compensação da temperatura da junção fria, para obter a expressão analítica que relaciona a f.e.m. e a temperatura na junção soldada.

Devido à oscilação frequente da pluma em torno do eixo vertical, houve necessidade de proceder a múltiplas aquisições em cada um dos planos horizontais em que era posicionado o pente. A aquisição de cada perfil de temperaturas era programada em computador e consistia num ciclo de 20 varrimentos (quase instantâneos) com a duração de 5 segundos, o que corresponde a uma frequência de aquisição de 4 Hz. O valor da temperatura no ponto ocupado por cada sonda era obtido fazendo a média dos valores adquiridos em cada um dos referidos ciclos.

### **2.5.2 - Pluma inclinada.**

No regime de convecção mista, as medições da temperatura média nas plumas térmicas inclinadas foram efectuadas recorrendo ao equipamento de termometria Disa (Dantec), igualmente cedido pela Universidade de Coimbra, durante um período de tempo relativamente curto, estando o cubo na estação de trabalho definida na câmara de experiências do túnel aerodinâmico,. Apesar de tudo foi possível obter um conjunto bastante interessante de resultados relativos à evolução das plumas com o afastamento ao cubo fonte de calor. Por outro lado, não foi possível explorar alguns aspectos interessantes como, por exemplo, a influência da orientação angular do cubo na estrutura e evolução das plumas.

A cadeia de termometria acima referida é especialmente vocacionada para medir flutuações muito rápidas de temperatura, por analogia com o que se passa com a anemometria de fio quente em relação à velocidade. Não surpreende, portanto, que tenha uma constituição semelhante, utilizando-se mesmo sondas que são comuns às duas cadeias, como foi o caso no presente estudo. Basta pensar-se que ambas fazem variar a tensão aplicada ao circuito

eléctrico onde se integra a sonda: na cadeia de anemometria ajusta-se a tensão para manter a temperatura de sobreaquecimento constante e na cadeia de termometria ajusta-se também a tensão, mas para manter a corrente constante. Foram os seguintes os componentes utilizados na cadeia de termometria:

- uma ponte de temperatura Disa 56C20, ligada a uma unidade Disa 56C01-CTA;
- uma sonda termométrica de resistência, Disa 55P31, com o filamento sensível em platina, com apenas 1  $\mu\text{m}$  de diâmetro e 0.4 mm de comprimento, alimentada com uma corrente constante de 0.2 mA e podendo medir até 2 kHz;
- uma sonda normal, Disa 55P11, atrás descrita, com 5  $\mu\text{m}$  de diâmetro, alimentada com uma corrente constante de 1 mA e podendo medir até 90 Hz;
- o mesmo conversor analógico/digital DASH-16, atrás referido, mas agora reconfigurado de modo a resolver uma gama de valores de tensão compreendida entre -0.5 V e +0.5 V (bipolar), em 4096 ( $2^{12}$ ) níveis de tensão, a que corresponde uma resolução de 0.24 mV.
- um computador pessoal IBM compatível para determinação de curvas de calibração das sondas, aquisição e registo de dados.
- um osciloscópio Gould OS1420, atrás descrito, para visualizar as flutuações de tensão associadas à temperatura.

A observação do sinal no osciloscópio confirmou serem de baixa frequência ( $< 10\text{ Hz}$ ) as flutuações da temperatura, dispensando perfeitamente a utilização da sonda 55P31, concebida para medir em casos onde as variações de temperatura apresentam frequência muito mais elevada, tanto mais que pretendia-se apenas o valor médio daquela grandeza. Passou então a utilizar-se uma sonda 55P11 que, tendo maior diâmetro, tem a vantagem de ser muito menos sensível ao choque ou mesmo a poeiras.

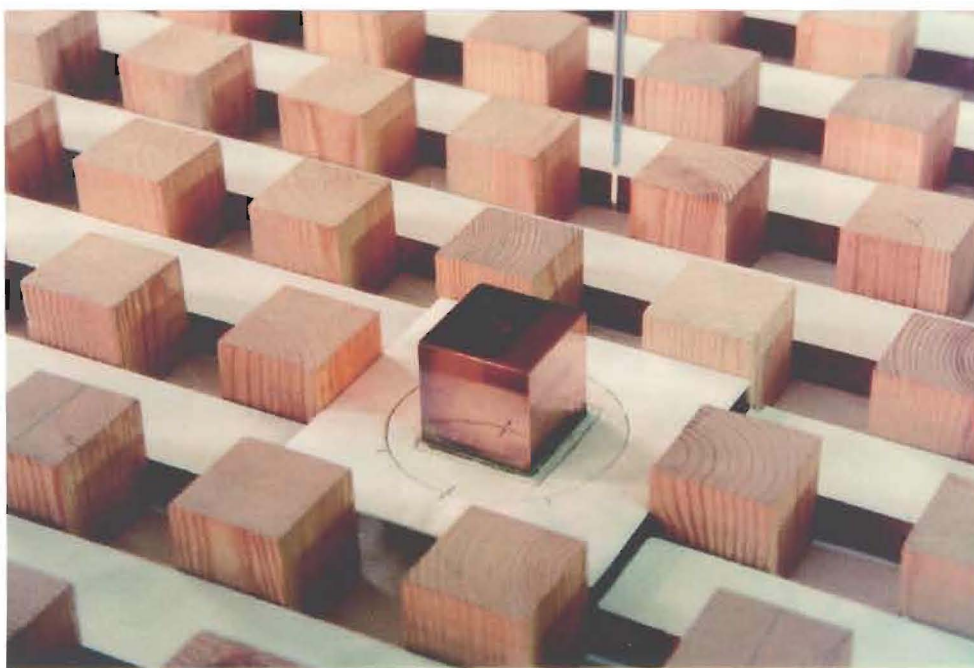
Estes ensaios confirmaram também a versatilidade do conversor analógico/digital DASH-16, que cumpriu perfeitamente a sua função, justificando a popularidade de que goza. Também neste caso a calibração das sondas foi feita recorrendo a um polinómio do 4º grau, obtendo-se coeficientes de correlação muito elevados ( $\approx 0.998$ ).

O campo de temperaturas nas plumas inclinadas foi obtido, varrendo planos transversais (normais ao eixo dos  $xx$ ) com a sonda fixa num dispositivo de varrimento composto pelo referido graminho, para os deslocamentos verticais, e por um mecanismo de atravessamento de rosca e manivela, para os horizontais.

A figura 2.7 mostra o aspecto geral e a disposição do equipamento de termometria junto à estação de trabalho, figura 2.7-a), onde decorreram as experiências relativas à convecção



a) vista geral do equipamento de termometria



b) pormenor do posicionamento do cubo na superfície rugosa

**Figura 2.7** - Estudo da pluma inclinada. Montagem experimental

mista, podendo observar-se a unidade 56C01 sobre a mesa de trabalho, ao lado direito do osciloscópio, e também, o dispositivo electrónico de controlo do anemómetro Dantec 56N60-FlowMaster, que é uma sonda com compensação de temperatura que permitiu ter uma ideia da ordem de magnitude da velocidade no interior das plumas térmicas, mas que se revelou inadequada para o levantamento de perfis de velocidade, devido à sua baixa resolução espacial e à sua fraca capacidade para definir valores médios quando as flutuações são elevadas. Observa-se também o graminho no interior da câmara de experiências, em posição de trabalho.

A figura 2.7-b), representa em pormenor o posicionamento do cubo de cobre na superfície rugosa, mais exactamente ao nível da origem virtual da camada limite. Pode observar-se também a sonda termométrica para levantamento do campo de temperaturas.

Consideram-se assim descritas as técnicas experimentais adoptadas. Procurou-se dar ênfase às soluções adoptadas para a simulação física em laboratório, sobretudo aquelas que são específicas deste trabalho. Descreveram-se de um modo mais sucinto as técnicas de medição utilizadas que, embora imprescindíveis, são todavia de uso corrente e, portanto, já suficientemente divulgadas.



## ***Capítulo 3***

---

### ***Geração da camada limite turbulenta***

O estudo da interação de um cubo ou de qualquer outro corpo, aquecido ou não, com a camada limite turbulenta que constitui o escoamento de aproximação, pressupõe o conhecimento pormenorizado das características da referida camada limite. É precisamente com base nesse pressuposto que se consagra este capítulo ao estudo do desenvolvimento da camada limite turbulenta ao longo da câmara de experiências, e à caracterização da camada limite obtida na estação de trabalho.

#### **3.1 - Hipóteses simplificativas**

No que diz respeito ao desenvolvimento da camada limite no túnel aerodinâmico, as condições experimentais específicas em que foram realizados os ensaios resultam da necessidade de conciliar os objectivos inicialmente delineados com as reais limitações da montagem experimental. Um exemplo do que se acaba de afirmar é o estudo do regime de convecção mista, que foi limitado inferiormente pela impossibilidade prática de criar no túnel um escoamento de aproximação ao cubo, com velocidade tão baixa quanto se queira. Por outro lado, o túnel apenas permite a criação de escoamentos isotérmicos. Esta e outras características correspondem a uma significativa particularização no contexto, muito vasto, das camadas limites turbulentas.

Referem-se seguidamente as hipóteses assumidas no presente estudo, que se traduzem em simplificações no estudo analítico, sendo umas derivadas dos objectivos delineados no início do trabalho e outras decorrentes de limitações impostas pelas características da montagem experimental.

perfeitamente aceitável, sendo o valor desta obtido por recurso a equação dos gases perfeitos, suposta aplicável ao ar no túnel.

*Escoamento bidimensional (geometria plana)* - O desenvolvimento da camada limite turbulenta no túnel é efectuado sobre uma superfície plana rugosa, correspondendo aos casos reais mais simples como, por exemplo, a camada limite atmosférica sobre terrenos planos (sem acidentes orográficos). Quanto à bidimensionalidade do escoamento médio, trata-se de uma aproximação cuja validade foi verificada na secção de trabalho do túnel aerodinâmico (estudando a variação transversal da velocidade) e que cumpre os objectivos do trabalho, nomeadamente quanto à simulação da camada limite atmosférica

*Camada limite isotérmica* - A camada limite turbulenta gerada é isotérmica, contemplando apenas as situações físicas em que os efeitos térmicos são desprezáveis ou estão, simplesmente, ausentes do escoamento de aproximação aos corpos, cuja interacção com o escoamento se pretende estudar. Em aplicações industriais, estão abrangidas, por exemplo, situações de escoamento turbulento sobre superfícies que se possam considerar adiabáticas. Em termos de camada limite atmosférica, corresponde a situações em que são desprezáveis os gradientes verticais de temperatura, nomeadamente nas condições de equilíbrio indiferente (Borges, 1974; Panofsky, 1982) em que  $dT/dy = -g/c_p$ , desprezando-se também os efeitos directos da radiação térmica solar.

*Regime estacionário* - Todas as situações estudadas se referem a escoamento em regime estacionário, não contemplando a simulação de fenómenos transitórios. O estudo não abrange, por exemplo, aplicações industriais onde o escoamento de fluidos seja significativamente afectado pelo arranque e paragem das instalações. Na camada limite atmosférica, a hipótese de estacionaridade corresponde a intervalos de tempo que, tipicamente, não vão além de algumas dezenas de minutos. Para intervalos maiores, é grande a probabilidade de variar a direcção (rumo) do vento atmosférico, bem como a sua intensidade média.

### **3.2 - Modelos analíticos para os perfis de velocidade média**

Para o estudo analítico do desenvolvimento e da estrutura da camada limite no túnel aerodinâmico, fez-se uso sistemático de duas funções vulgarmente utilizadas neste tipo de estudo: a lei logarítmica e a lei de potência.

### 3.2.1 - Lei logarítmica

Na região interior da camada limite, já fora do nível dos elementos de rugosidade, mas ainda suficientemente perto para ser influenciada por eles (até 10 a 20% da sua espessura), os perfis de velocidade são bem representados pela lei logarítmica

$$\frac{U}{u_\tau} = \frac{1}{\chi} \cdot \ln\left(\frac{y-d}{y_0}\right), \quad (3.2.1)$$

sendo:

$U$  - a velocidade média à altura  $y$ ;

$u_\tau$  - a velocidade de atrito,  $=\sqrt{\tau_p/\rho}$ , com  $\tau_p$  designando a tensão de corte na parede;

$\chi$  - a constante empírica universal de von Kármán ( $\approx 0.42$ );

$d$  - a altura de deslocamento do plano base, que leva em conta a obstrução provocada no escoamento, segundo  $y$ , pelo conjunto dos elementos de rugosidade;

$y_0$  - a altura de rugosidade, definida por analogia com uma superfície uniformemente coberta de grãos de areia com dimensão  $y_0$  (modelo de Nikuradse).

A forma apresentada pela lei logarítmica de variação de  $U$  com  $y$ , (3.2.1), aplicável a superfícies rugosas, deriva da analogia, supostamente existente, com o que se passa na subcamada de tensão constante, em camadas limites turbulentas sobre superfícies planas perfeitamente lisas, em termos de mecanismo de transporte de quantidade de movimento. De facto, originalmente, a lei logarítmica foi deduzida para este caso particular com recurso à análise dimensional, no pressuposto de validade de uma hipótese de semelhança. Segundo esta hipótese, formulada por von Kármán, na região da camada limite próxima do solo, a tensão tangencial,  $\tau$ , é constante e as distâncias à parede,  $y$ , são da mesma ordem de magnitude do comprimento dos turbilhões maiores e mais energéticos. Assim sendo, as características médias do escoamento naquela região não dependem directamente da viscosidade, mas apenas de  $\tau$ ,  $y$  e  $\rho$  (Borges, 1974).

Em superfícies lisas, a expressão matemática da lei logarítmica traduz a necessária compatibilidade com a subcamada viscosa subjacente, mas em superfície rugosas, na ausência de uma subcamada viscosa com o mesmo significado, a expressão adquire a forma (3.2.1) e  $y_0$  traduz a influência da condição de fronteira inferior: uma superfície rugosa caracterizada por uma altura  $y_0$ . Quer estudos de simulação experimental de camadas limites sobre superfícies rugosas, quer o estudo da camada limite atmosférica,

confirmam largamente a existência de uma região inferior obedecendo à lei logarítmica. A sua extensão é difícil de definir, podendo estender-se até 10 a 20% da espessura da camada limite, conforme a rugosidade superficial e a velocidade do vento.

A utilidade desta lei, também designada por *lei de parede*, é inegável, pois liga de um modo simples a tensão tangencial na superfície rugosa à distribuição de velocidade, numa região da camada limite que assume a máxima importância quando se estuda, por exemplo, a interacção do escoamento com corpos totalmente imersos naquela região. Um caso exemplar é a interacção da camada limite atmosférica, desenvolvida sobre uma região urbana, com um edifício alto situado algures no centro dessa cidade.

### 3.2.2 - Lei de potência

Na região exterior da camada limite turbulenta, que confina com o escoamento não perturbado, a lei de variação de  $U$  com  $y$  tende progressivamente a afastar-se da lei logarítmica e aproxima-se mais de uma lei de potência do tipo

$$\frac{U}{U_{\infty}} = \left( \frac{y}{\delta} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (3.2.2)$$

sendo:

$U_{\infty}$  - velocidade média do escoamento não perturbado;

$\delta$  - espessura da camada limite, (valor de  $y$ , onde se atinge  $U/U_{\infty} \approx 0.99$ );

$n$  - inverso do expoente da lei de potência (caracterizando o grau de enchimento do perfil).

Esta lei matemática, embora careça de fundamento físico, é utilizada sistematicamente, permitindo calcular expeditamente e com boa aproximação os parâmetros integrais da camada limite. Além do mais, dá uma ideia bastante aproximada da estrutura global da camada limite, em termos de valores médios da velocidade. Quando se estuda a camada limite atmosférica, por exemplo, o valor de  $n$  é normalmente tido como uma importante referência, pois permite, de um modo imediato, associar o respectivo perfil a uma dada categoria de terrenos.

Neste contexto, assume particular importância o estudo de Davenport (1960), onde são analisados, a título comparativo, 19 perfis de velocidade média obtidos em condições de

rugosidade de terreno muito diversas. Neste mesmo trabalho, o autor procede a uma tipificação de terrenos, agrupando-os em 8 categorias, de acordo com a sua rugosidade aerodinâmica, traduzida pelo expoente  $1/n$ . A figura 3.1, associada à tabela 3.1, mostra até que ponto um perfil de velocidades é sensível à rugosidade aerodinâmica do terreno sobre o qual se desenvolve. Também a regulamentação oficial portuguesa (R.S.A.E.E.P., 1984), para efeito de quantificação da acção do vento, tem em conta a influência da rugosidade no perfil de velocidades, distinguindo dois tipos de terreno:

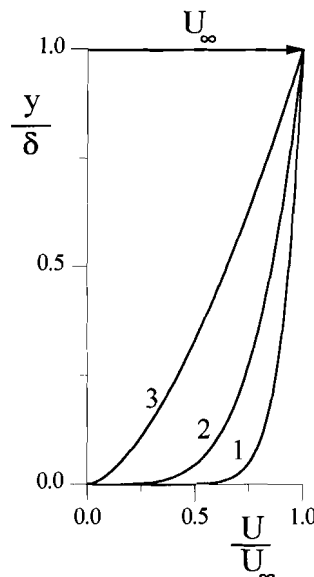
rugosidade tipo I ( $n = 3.6$ ) - interior de zonas urbanas, em que predominam edifícios de médio e grande porte;

rugosidade tipo II ( $n = 5$ ) - zonas rurais e periferia de zonas urbanas.

Refira-se, desde já, que no presente estudo, a montagem experimental permitiu variar  $n$  dentro da seguinte gama de valores:  $1.5 < n < 5$ .

**Tabela 3.1** - Valores de  $n$  para terrenos típicos (Davenport, 1960).

Alguns casos incluídos em Davenport(1960)	$n$	Curva (figura 3.1)	Situações típicas Davenport (1960)	$n$
Mar Cáspio (caso extremo)	10.5	1	campo aberto	7
Ohio (U.S.A.) campo de arbustos	4.6	2	centro de pequena cidade	3.5
centro de Nova York (caso extremo)	1.6	3	centro de grande cidade	2.5



**Figura 3.1** - Perfis de velocidade média, de acordo com a tabela 3.1 .

### 3.3 - Relações teóricas para a evolução dos parâmetros integrais

O desenvolvimento, propriamente dito, da camada limite ao longo da câmara de experiências foi analisado fundamentalmente em termos de evolução dos seus parâmetros integrais. Para o efeito, considerou-se o escoamento médio turbulento do ar nas condições anteriormente referidas: regime permanente, escoamento bidimensional e a massa volúmica constante.

Como resultado da avaliação da ordem de magnitude de cada um dos diversos termos das equações gerais do movimento, adquirem especial importância a equação diferencial de conservação da componente longitudinal da quantidade de movimento e a equação diferencial de conservação da massa (Borges, 1974; Hinze, 1975):

$$\frac{\partial U}{\partial x} U + \frac{\partial U}{\partial y} V = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (-\rho \overline{uv}) \quad (3.3.1)$$

e

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0. \quad (3.3.2)$$

Por outro lado, sendo desprezável a variação de pressão estática com  $y$ , no interior da camada limite, e assumindo o escoamento potencial no escoamento exterior,

$$\frac{dP}{dx} = \frac{dP_\infty}{dx} = -\rho U_\infty \frac{dU_\infty}{dx}. \quad (3.3.3)$$

Comparando os dois últimos termos, representativos dos fluxos difusivos médios, na direcção  $y$ , consideram-se desprezáveis os efeitos viscosos laminares face às tensões de Reynolds. Ter-se-á, na parede,  $\tau_p \cong -\rho \overline{uv}$ .

Deste modo, a integração das equações (3.3.1) e (3.3.2) em ordem a  $y$ , em toda a extensão da camada limite, conduz à conhecida equação integral de balanço de quantidade de movimento, de von Kármán (Hinze, 1975):

$$\frac{d}{dx} \int_0^\infty U(U_\infty - U) dy + \frac{dU_\infty}{dx} \int_0^\infty (U_\infty - U) dy = \frac{\tau_p}{\rho}. \quad (3.3.4)$$

Recorrendo à definição matemática dos parâmetros integrais da camada limite – espessura de deslocamento,  $\delta_d$ , espessura de déficit de quantidade de movimento,  $\delta_m$ , e factor de forma,  $H = \delta_d / \delta_m$  –, a equação de von Kármán, (3.3.4), pode ser escrita em termos destes parâmetros, na forma:

$$\frac{d\delta_m}{dx} + \frac{H+2}{U_\infty} \cdot \frac{dU_\infty}{dx} \delta_m = \frac{\tau_p}{\rho U_\infty^2}, \quad (3.3.5)$$

que evidencia a interacção entre o gradiente longitudinal de pressão estática, o perfil de velocidades (através dos parâmetros integrais) e a tensão tangencial média na parede.

No caso particular do presente estudo, o anulamento do gradiente longitudinal da pressão estática, que é um requisito na simulação da camada limite atmosférica, introduz uma simplificação considerável na equação (3.3.5), por intermédio da equação (3.3.3). Em conformidade com esta última equação, será  $dU_\infty/dx = 0$  e a equação (3.3.5) reduz-se à forma simplificada

$$\frac{d\delta_m}{dx} = \frac{\tau_p}{\rho U_\infty^2}, \quad (3.3.6)$$

dando, portanto, uma relação directa, muito útil, entre a variação longitudinal de espessura de déficit de quantidade de movimento e a tensão tangencial média na parede.

Relacionando a equação (3.3.6) com a lei logarítmica de distribuição de velocidade, (3.2.1), através da tensão tangencial na parede,  $\tau_p$ , obter-se-iam relações teóricas para a evolução dos parâmetros integrais como função de  $x$ . Neste procedimento, os cálculos tornam-se muito complicados e só podem ser efectuados aproximadamente (Fédiaevski et al., 1979). Podem todavia obter-se relações relativamente simples, recorrendo à já referida lei de potência, como se demonstrará em seguida.

A lei de potência (3.2.2) e as definições matemáticas dos parâmetros integrais permitem, desde logo, estabelecer as seguintes relações:

$$\frac{\delta_d}{\delta} = \frac{1}{n+1}, \quad \frac{\delta_m}{\delta} = \frac{n}{(n+1)(n+2)} \quad \text{e} \quad H = \frac{n+2}{n}. \quad (3.3.7)$$

Definam-se os parâmetros adimensionais

$$\delta^+ = \frac{u_\tau \delta}{\nu}, \quad Re_\delta = \frac{U_\infty \delta}{\nu} \quad \text{e} \quad \xi = \frac{y}{\delta}. \quad (3.3.8)$$

De entre estes, os dois primeiros são números de Reynolds, ambos referidos à espessura da camada limite, mas a diferentes velocidades.

Considere-se agora a lei empírica, do tipo potência, para a distribuição de velocidades e que, no contexto da camada limite turbulenta sobre superfície lisa, dá bons resultados para números de Reynolds não muito altos (Schlichting, 1968)

$$\frac{U}{u_\tau} = C \cdot \left( \frac{u_\tau y}{\nu} \right)^{\frac{1}{n}} = C \cdot (\delta^+ \cdot \xi)^{\frac{1}{n}}. \quad (3.3.9)$$

Verifica-se que, partindo de (3.3.9), se pode obter

$$\frac{U}{U_\infty} = \xi^{\frac{1}{n}} \quad (3.3.10)$$

que é uma forma equivalente à lei de potência (3.2.2), usada para calcular os parâmetros integrais. A vantagem da equação (3.3.9) em relação à equação (3.2.2) reside no facto daquela permitir estabelecer uma relação imediata com a equação integral de von Kármán, através de  $\tau_p$ .

Com efeito, a partir de (3.3.9), pode obter-se

$$\frac{U_\infty}{u_\tau} = C_1 Re_\delta^{\frac{1}{(n+1)}} \quad (3.3.11)$$

Definindo o coeficiente de atrito superficial, na forma habitual,

$$c_f = \frac{\tau_p}{\rho U_\infty^2 / 2}, \quad (3.3.12)$$

e recorrendo à definição da velocidade de atrito, obtém-se

$$\frac{c_f}{2} = \left( \frac{u_\tau}{U_\infty} \right)^2. \quad (3.3.13)$$

Da equação de von Kármán, (3.3.6), e de acordo com (3.3.11) e (3.3.13)

$$\frac{d\delta_m}{dx} = \frac{\tau_p}{\rho U_\infty^2} = \left( \frac{U_\infty}{u_\tau} \right)^{-2} = C_1^{-2} Re_\delta^{\frac{-2}{(n+1)}}. \quad (3.3.14)$$



Relacionando (3.3.14) com (3.3.7) e integrando em ordem a  $x$ , obtém-se finalmente

$$\frac{U_{\infty} \delta_m}{\nu} = \left[ C_2 \frac{U_{\infty}}{\nu} (x - x_0) \right]^{\frac{(n+1)}{(n+3)}}, \quad (3.3.15)$$

sendo

$$C_2 = C_1^{-2} \frac{n+3}{n+1} \left[ \frac{n}{(n+1)(n+3)} \right]^{2/(n+1)}. \quad (3.3.16)$$

Esta é uma relação teórica entre  $\delta_m$  e  $x$ , sendo  $x_0$  o valor de  $x$ , na origem virtual da camada limite. De acordo com (3.3.7), rapidamente se obtêm as restantes relações, para  $\delta$  e  $\delta_d$ .

Conhecendo os valores experimentais relativos à evolução dos parâmetros integrais, ao longo da câmara de experiências, e fazendo uso das relações teóricas referidas, pode-se determinar a origem virtual relativamente a cada caso estudado.

### 3.4 - Resultados experimentais

Todos os resultados experimentais que, em seguida, se apresentam e discutem foram obtidos em condições de gradiente longitudinal de pressão estática nulo. A anulação do referido gradiente de pressão baseia-se num procedimento já utilizado num estudo prévio no mesmo túnel aerodinâmico (Carvalho, 1988). No âmbito desse estudo, começava-se por determinar a evolução longitudinal da pressão estática nas condições de tecto horizontal. Tratava-se, quase sempre, de uma diminuição aproximadamente linear, revelando estar-se em presença de um escoamento completamente rugoso no interior de uma conduta de secção constante. Assim sendo, com base nos valores da espessura de deslocamento, conferia-se ao tecto uma determinada inclinação, positiva e constante, que anulava o gradiente longitudinal de pressão.

A título de exemplo, refira-se que se obtiveram condições experimentais muito próximas de gradiente nulo, variando a inclinação entre 9:900, para a condição de rugosidade mínima, e 14:900, para a condição de rugosidade máxima, o que corresponde a subir o tecto 9 cm e 14 cm, respectivamente, no final da câmara de experiências ( $x \approx 900$  cm). Verificaram-se apenas pequenas variações de pressão que não ultrapassaram os 2% da pressão dinâmica de referência ( $1/2 \rho U_{\infty}^2$ ), ao longo de toda a câmara de experiências e em todos os regimes estudados.

### 3.4.1- Determinação dos parâmetros característicos da rugosidade

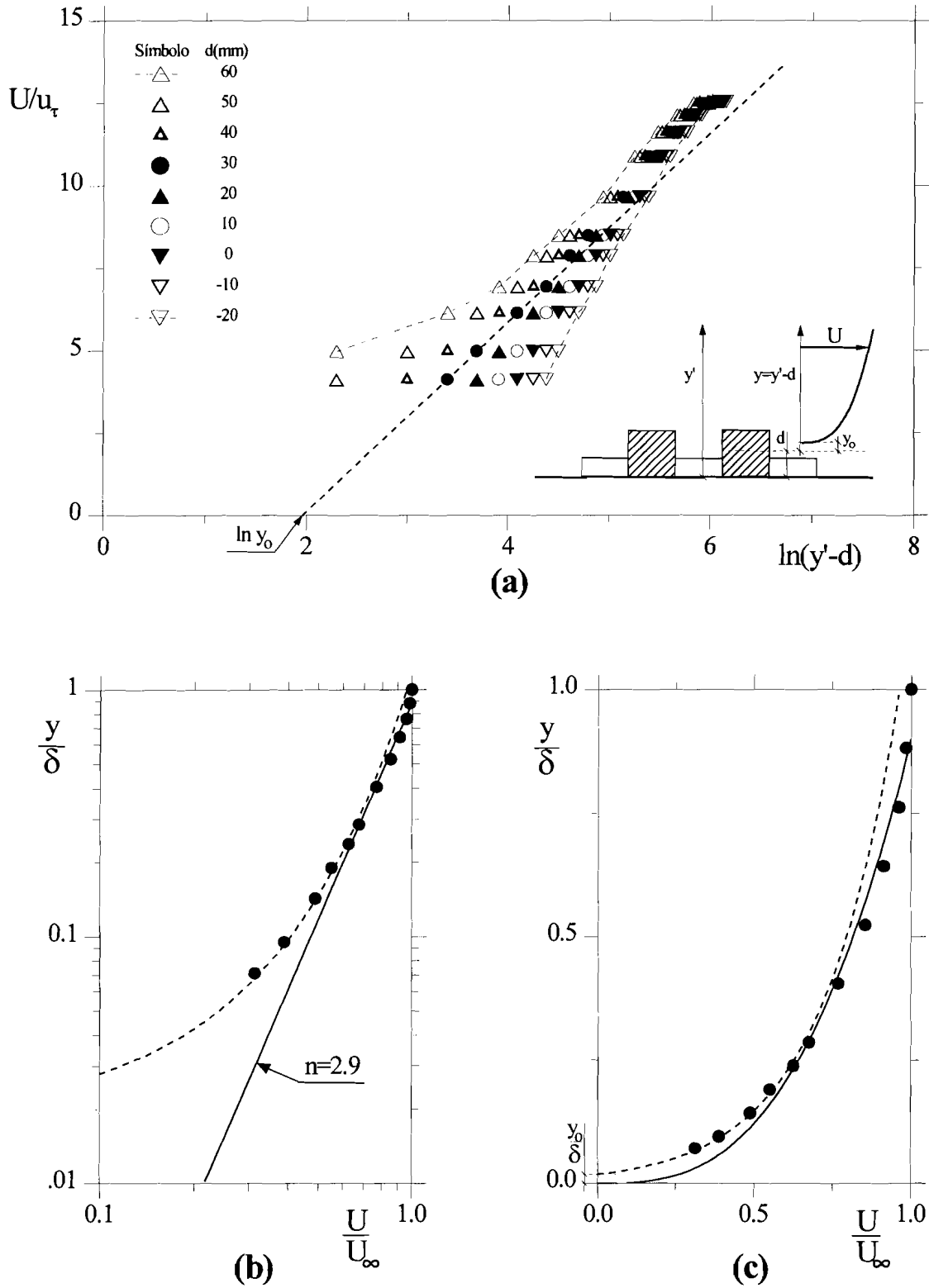
A influência dos elementos de rugosidade e da sua distribuição sobre a superfície inferior da câmara de experiências na estrutura da camada limite exerce-se directamente sobre a subcamada interna, para a qual é válida a lei logarítmica (3.2.1), reflectindo-se também na subcamada externa, melhor representada pela lei de potência (3.2.2). O estudo da estrutura da camada limite passa pela determinação dos parâmetros característicos da rugosidade,  $d$  e  $y_o$ , e também do expoente da lei de potência,  $1/n$ .

Apresenta-se, a título ilustrativo, na figura 3.2, o procedimento que foi adoptado com vista à determinação dos referidos parâmetros, para todas as rugosidades utilizadas. Recorreu-se a um perfil de velocidades típico, correspondente à situação de rugosidade máxima e medido na secção principal de trabalho ( $x = 7.27$  m), sendo  $U_\infty = 14$  m/s.

A figura 3.2 (a) ilustra, em gráfico semi-logarítmico, a determinação aproximada de  $d$  e  $y_o$ , por recurso ao método gráfico proposto por Perry e Joubert (1963). Considerando que, no presente trabalho, a obstrução efectiva provocada pelos elementos de rugosidade no escoamento corresponde a uma origem da camada limite que se situará numa cota seguramente acima da soleira do túnel e abaixo do topo dos cubos, foram ensaiados vários valores de  $d$  até se obter a representação gráfica mais próxima de uma recta. A intersecção dessa recta com o eixo das abcissas dá o valor do logaritmo natural de  $y_o$ , a que corresponde, de acordo com (3.2.2),  $U/u_\tau = 0$ .

A figura 3.2 (b) refere-se, sobretudo, à determinação do expoente da lei de potência, em gráfico duplamente logarítmico, mas procura também evidenciar que a lei logarítmica reproduz melhor a subcamada interior.

Finalmente, recorrendo a eixos em escala linear, o gráfico da figura 3.2 (c) realça a aplicabilidade de cada uma das leis matemáticas ao perfil de velocidades. Ainda que não tenha suporte físico, a lei de potência tem o mérito de permitir calcular os parâmetros integrais da camada limite de um modo expedito e com boa aproximação, a qual decorre do facto de correlacionar razoavelmente bem os valores em todo o perfil. Esta figura evidencia também que a lei logarítmica reproduz muito bem a distribuição da velocidade na subcamada de tensão constante, com uma vantagem sobre a lei de potência: estabelece



**Figura 3.2** - Perfil de velocidades medido em  $x=7.27$  m nas condições de rugosidade máxima e com  $U_\infty=14$  m/s:

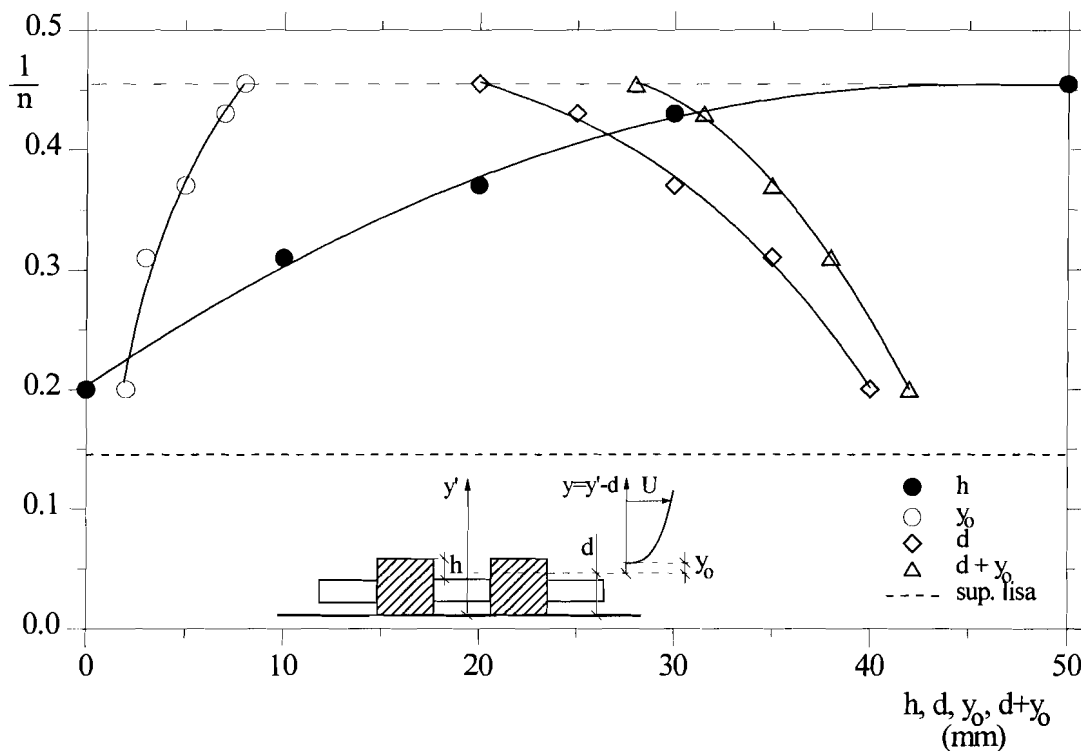
(a) - Determinação gráfica dos parâmetros  $d$  e  $y_o$ ;

(b) - Determinação gráfica do expoente da lei de potência;

(c) - Representação das leis logarítmica (.....) e de potência (——).

uma relação entre aquela distribuição e parâmetros físicos importantes, como a tensão tangencial, por intermédio da velocidade de atrito.

Tal como a figura 3.2 (a) sugere, ao tomar um perfil de velocidades isoladamente, o método gráfico de determinação de  $d$  e  $y_o$  revela-se relativamente impreciso. No entanto, no presente trabalho, os valores de  $d$  e  $y_o$  foram estimados após aplicar o método a um conjunto numeroso de perfis de velocidade, para cada uma das rugosidades utilizadas, aumentando deste modo a confiança naqueles valores. Os resultados deste estudo paramétrico encontram-se graficamente representados na figura 3.3.



**Figura 3.3** - Dependência entre o expoente da lei de potência,  $1/n$ , e os parâmetros de rugosidade  $h$ ,  $y_o$ ,  $d$ , e  $d+y_o$  para todas as rugosidades estudadas.

Esta figura mostra a gama de valores dos vários parâmetros representados, que a montagem experimental permite concretizar. Pode-se, por exemplo, variar continuamente o expoente da lei de potência,  $1/n$ , *grossa modo* entre  $1/5$  e  $1/2$ , quando as réguas são descidas desde a sua posição superior ( $h = 0$  mm) até à sua posição mais baixa possível ( $h = 30$  mm). Incluem-se também os resultados relativos à ausência de réguas ( $h = 50$  mm), correspondentes a um estudo preliminar do autor (Carvalho, 1988). Nesta situação

particular e de acordo com tais resultados, o valor de  $d$ , contado a partir da soleira do túnel, é de 20 mm. Não surpreende, portanto, que as régua, de altura idêntica àquele valor, quando colocadas na sua posição inferior, revelem ter uma influência muito pouco significativa na estrutura do escoamento sobre a rugosidade.

A evolução do expoente  $1/n$  com o aumento de  $h$  indica, claramente, um comportamento assintótico. Com efeito, fixada a geometria de rugosidade, em planta, se se imaginar prismas quadrangulares em vez de cubos, aumentando indefinidamente  $h$ , estar-se-ia simplesmente a aumentar, de um modo proporcional, uma região inferior estagnada com influência praticamente nula no escoamento. Poder-se-á concluir que só os primeiros 30 a 40 mm abaixo do topo dos cubos contribuem para a tensão tangencial, influenciando por seu intermédio a estrutura do escoamento.

Recorda-se que a percentagem de área ocupada pelos cubos é de 25%, correspondendo, segundo Counihan (1971), ao valor máximo da tensão tangencial, quando se estuda precisamente a variação da tensão tangencial com a densidade dos elementos de rugosidade. Além do mais, como os cubos estão dispostos alternadamente, só aumentando o espaçamento entre eles, o escoamento secundário entre os elementos passaria a ter importância, gradualmente crescente. Ele corresponde, no contexto da camada limite atmosférica, a uma subcamada entre as edificações, complexa e difícil de modelar, vulgarmente designada em inglês por “*urban canopy layer*” (Plate, 1995).

Observando ainda a figura 3.3, é interessante verificar que, para  $1/n \approx 1/4.5$ , tem-se  $y_o = h$ , significando de algum modo uma equivalência com a rugosidade de grãos de areia, isto é, a acção conjunta das cavidades e dos elementos de rugosidade com altura efectiva  $h = y_o$ , é a mesma que teria uma rugosidade compacta constituída por grãos de areia com altura média  $y_o$ .

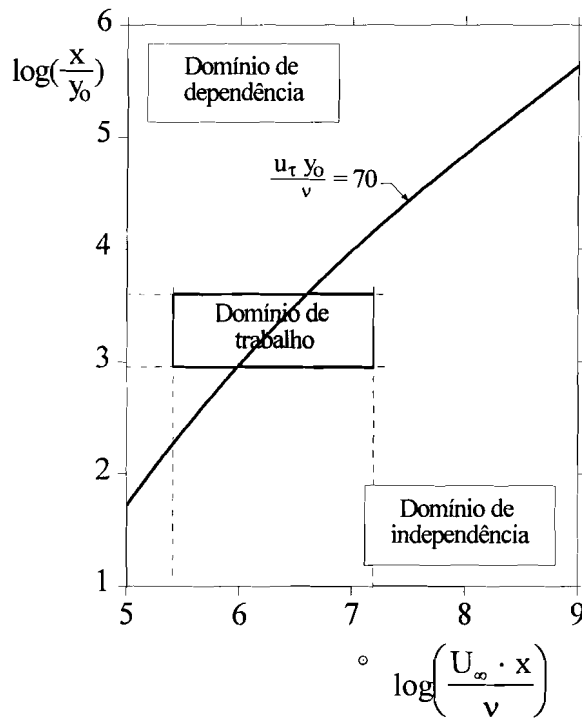
Se à gama de valores de  $y_o$  obtida com esta montagem experimental, se associar a gama de velocidades  $U_\infty$  com interesse para este estudo, pode-se definir o domínio de trabalho representado na figura 3.4. Ela traduz a influência do número de Reynolds nas características da camada limite e foi elaborada inicialmente por Cermak (1981), a partir de Schlichting (1968), com base no critério de transição para o regime completamente rugoso:

$$\frac{u_\tau \cdot y_o}{\nu} = 70. \quad (3.4.1)$$

De acordo com a posição do rectângulo que assinala o referido domínio de trabalho relativamente à zona de independência com  $Re$ , verifica-se existir um subdomínio, correspondente à conjugação de baixa velocidade com baixa rugosidade, em que ocorre

dependência mais ou menos acentuada. Ao invés, define-se outro subdomínio, para velocidades e rugosidades mais elevadas, onde a dependência é mínima ou mesmo nula.

No presente estudo constatou-se, de facto, alguma dependência da estrutura do escoamento com  $Re$ ; ela foi particularmente notada quando se pretendeu estudar o regime de convecção mista, na condição do limite mínimo de velocidade capaz de ser medida com o equipamento de anemometria disponível, a qual corresponde a  $U_{\infty} \approx 0.5$  m/s. Não sendo viável aumentar o comprimento da câmara de experiências como forma de atenuar a referida dependência, houve que proceder ao levantamento de perfis de velocidade e de intensidade de turbulência para melhor interpretar os resultados de convecção térmica para aquele regime de elevado interesse.



**Figura 3.4** - Domínios de dependência e independência das características da camada limite do valor local do número de Reynolds.

### 3.4.2 - Evolução dos parâmetros integrais da camada limite

A figura 3.5 representa a evolução dos parâmetros integrais da camada limite turbulenta ao longo da câmara de experiências, para todas as condições de rugosidade utilizadas.

A parte superior da figura mostra a evolução dos valores experimentais do factor de forma,  $H$ , representando as linhas horizontais os valores assintóticos para que tende este parâmetro integral, calculados com a relação empírica (Hinze, 1975)

$$H = \left( 1 - 6.3 \frac{u_\tau}{U_\infty} \right)^{-1}, \quad (3.4.2)$$

baseada em resultados experimentais para placas lisas e placas rugosas (Hama, 1954).

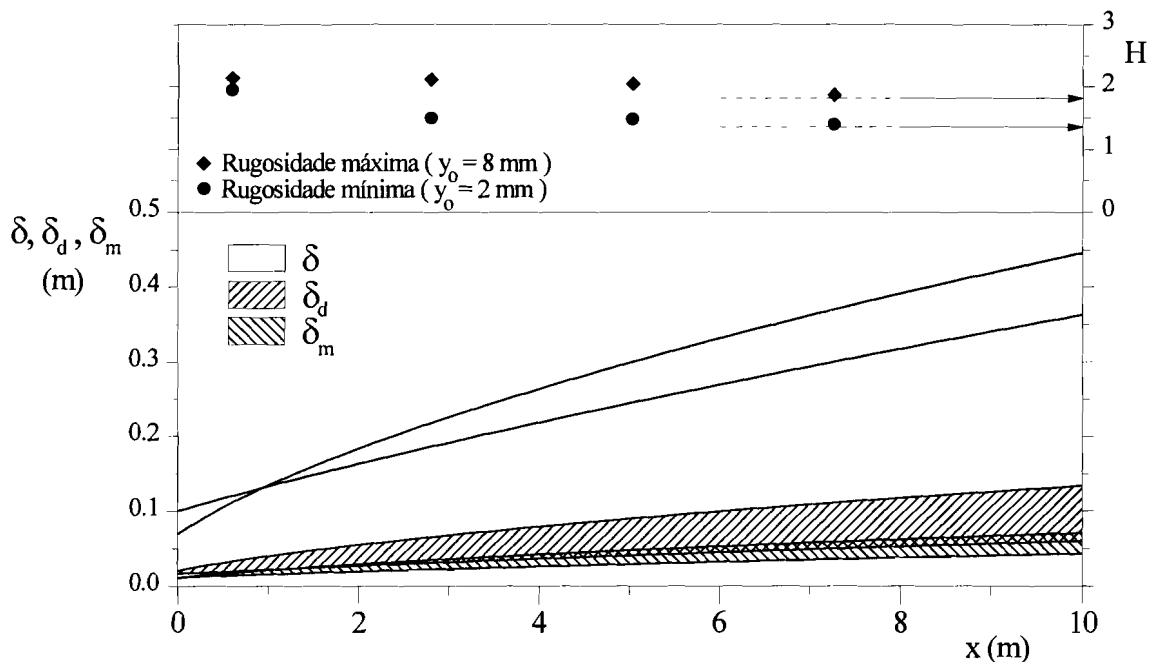


Figura 3.5 - Desenvolvimento dos parâmetros integrais da camada limite.

Os resultados indicam que se conseguiu tirar partido do comprimento da câmara de experiências, obtendo-se uma camada limite turbulenta quase completamente desenvolvida ao fim da câmara de experiências.

A parte inferior da figura 3.5 representa a evolução dos parâmetros integrais  $\delta$ ,  $\delta_d$  e  $\delta_m$ , com base nas relações teóricas referidas no subcapítulo 3.3. As zonas sombreadas na figura correspondem aos domínios de valores abrangidos pelos parâmetros integrais representados, quando se faz variar a rugosidade superficial entre os limites mínimo e máximo, a que correspondem os valores de  $y_0$ , 2 e 8 mm, respectivamente.

A figura mostra também que a origem virtual da camada limite turbulenta é sempre negativa, o que não surpreende, atendendo a que a rugosidade superficial está instalada no túnel, a partir do início da câmara de experiências. A espessura máxima da camada limite, obtida na estação de trabalho, é de aproximadamente 400 mm, o que já permite modelar, a uma escala adequada, um conjunto de situações interessantes do ponto de vista científico e técnico, como seja o caso das estruturas de elevado porte integradas em meios urbanos ou industriais.



### 3.4.3 - Perfis de velocidade média e de intensidade de turbulência

A figura 3.6 representa perfis de velocidade média e da componente longitudinal da intensidade de turbulência, típicos daqueles que se obtêm na estação de trabalho, para as duas situações extremas utilizadas: rugosidade mínima e rugosidade máxima. Deste modo, a figura corresponde muito aproximadamente à gama de valores que a montagem experimental permite concretizar.

A distância à parede é adimensionalizada pelo valor da espessura nominal da camada limite,  $\delta$ , e a velocidade média é adimensionalizada pelo valor da velocidade no escoamento não perturbado,  $U_\infty$ . Quanto à intensidade de turbulência, apresentam-se dois perfis para cada situação analisada: um definindo a intensidade de turbulência relativamente a  $U_\infty$ ,

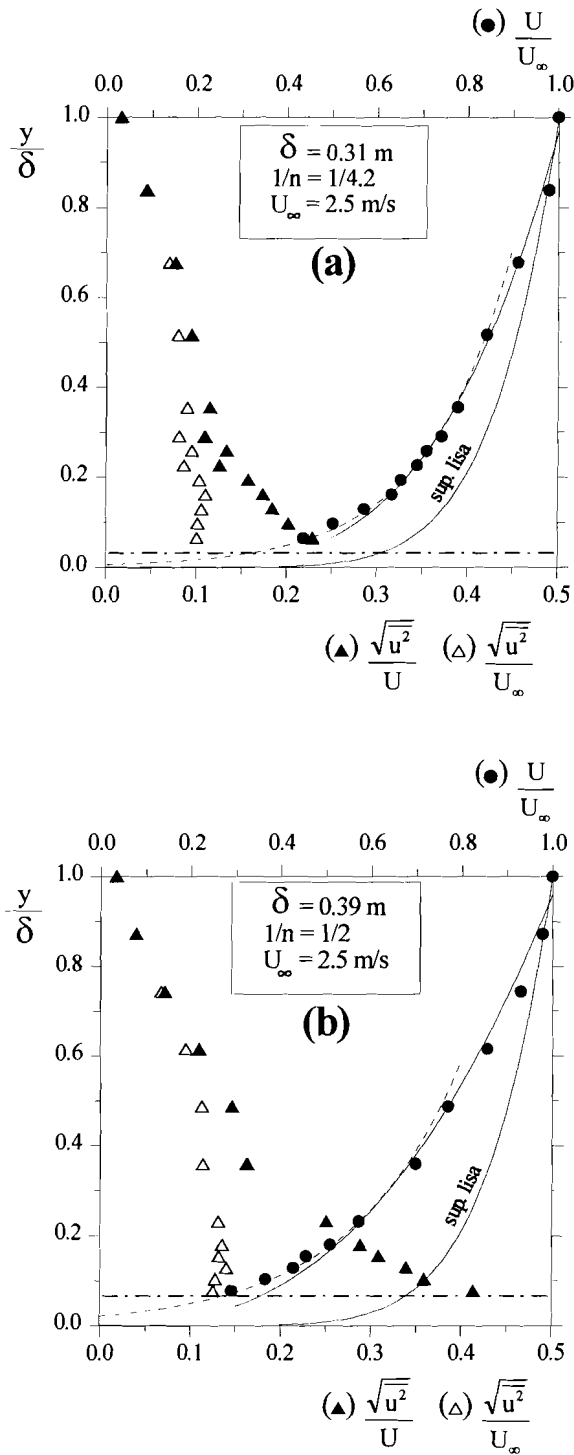
$$\frac{\sqrt{u^2}}{U_\infty}, \quad (3.4.3)$$

e outro definindo-a em relação à velocidade média local,  $U$ ,

$$\frac{\sqrt{u^2}}{U}. \quad (3.4.4)$$

O perfil da intensidade de turbulência em relação à velocidade local, (3.4.4), evidencia a importância relativa do desvio padrão face ao valor médio da amostra que lhe deu origem, particularmente na região próxima da parede.

Os valores que integram os vários perfis referem-se sempre a níveis acima do topo dos cubos (referenciado na figura por uma linha a traço-ponto) na medida em que não se dispunha de equipamento adequado para efectuar medições do campo de velocidades abaixo daquele nível. De facto, dispondo apenas de sondas de anemometria unifilares, quer sejam sondas “em U”, quer sondas inclinadas, está-se limitado, por um lado, a regiões do escoamento onde a tridimensionalidade do campo de velocidades é desprezável, e, por outro, a regiões onde não se verifica recirculação, pois tais sondas não reconhecem o sentido do escoamento. É esta a razão porque não foi possível sondar o campo de velocidades no espaço compreendido entre os elementos de rugosidade.



**Figura 3.6** - Perfis de velocidade média e de intensidade de turbulência típicos das rugosidades extremas estudadas:

- (a) - rugosidade mínima ( $y_0 = 2 \text{ mm}$ );
- (b) - rugosidade máxima ( $y_0 = 8 \text{ mm}$ );
- (- - - - -) linha correspondente à altura dos cubos ( $y' = D$ );
- (.....) lei logarítmica e (—) lei de potência.

A parcela de cada perfil afectada por esta limitação é, felizmente, pequena, não comprometendo a utilidade dos mesmos. De facto, Counihan (1973), ao simular a camada limite atmosférica urbana, com a sua clássica montagem experimental, executada com elementos “LEGO”, estudou a região abaixo do topo daqueles elementos de rugosidade, em termos de influência da posição do eixo vertical no levantamento dos perfis, verificando que, ali, os valores variam significativamente com a posição do referido eixo. No entanto, quando a sonda é colocada acima do topo dos elementos, os valores obtidos tendem rapidamente a definir um perfil único.

Também, no presente trabalho, com uma montagem comparável, se verificou que, a partir de 10 mm (0.2 D) acima do topo dos cubos, os valores obtidos já praticamente não variavam com a posição do eixo segundo o qual se levantavam os perfis. Assim sendo, adoptou-se um único eixo vertical, passando pelo centro do cubo situado na estação de trabalho, em  $x = 7.27$  m, e o primeiro valor do perfil era sempre medido 10 mm acima do topo do cubo.

### **a) Perfis de velocidade média**

Com o propósito de tornar mais evidentes os diferentes graus de enchimento dos perfis de velocidade, inclui-se na figura 3.6 a curva da lei de potência relativa à camada limite turbulenta sobre superfície lisa ( $1/n=1/7$ ). Embora se trate sempre de superfícies mais ou menos rugosas, são contudo apreciáveis as diferenças, traduzidas nos valores do expoente da lei de potência,  $1/n$ .

Os valores da velocidade abaixo dos cubos são extrapolados, recorrendo à lei logarítmica, quando se pretende estudar a subcamada de tensão constante, ou à lei de potência, quando se pretende calcular os parâmetros integrais da camada limite. A figura integra, para cada perfil, as curvas da lei logarítmica e da lei de potência, com o objectivo de ilustrar a boa aderência, generalizada, dos pontos experimentais às mesmas.

O afastamento do perfil obtido com a rugosidade mínima, em relação ao que se obteria com uma superfície lisa, é devido, fundamentalmente, ao efeito provocado pelas cavidades que permanecem entre os cubos, quando as réguas estão na sua posição superior. De qualquer modo, ainda que as referidas cavidades tivessem sido preenchidas, as imperfeições no acabamento quer dos elementos de rugosidade quer das réguas, todos executados em madeira, introduzem uma rugosidade suficiente para impedir a obtenção do perfil típico de superfície lisa.

De acordo com a compilação de Davenport (1960), podemos concluir que a rugosidade mínima,  $1/n = 1/4.2$ , simula, por exemplo, um terreno coberto de pequenos arbustos com árvores ou casas dispersas, isto é, um terreno de rugosidade média, algo entre um campo aberto e uma zona suburbana; por outro lado, a rugosidade máxima,  $1/n = 1/2$ , simula, tipicamente, o centro de uma grande cidade (vd. figura 3.1).

## b) Perfis de intensidade de turbulência

É evidente na figura 3.6 o elevado nível de intensidade de turbulência obtido, em particular na região interior da camada limite e nas condições de rugosidade máxima. Isso é especialmente notado quando a componente longitudinal da intensidade de turbulência é adimensionalizada pela velocidade local,  $U$ , e não pela velocidade do escoamento livre,  $U_\infty$ .

Comparam-se, seguidamente, os presentes resultados com os de dois estudos que constituem referência no domínio das camadas limites turbulentas desenvolvidas sobre superfícies rugosas.

Comece-se por fazer a comparação com os de Corrsin et Kistler (1954). No seu estudo, a superfície rugosa é criada recorrendo a cartão canelado, cujas estrias têm uma configuração quase sinusoidal, com um comprimento de onda de cerca de 8 mm e amplitude de 2 mm, e são colocadas transversalmente, em relação ao escoamento. Hinze (1975) compara os perfis de intensidade de turbulência relativa a  $U_\infty$ , obtidos por estes autores para  $Re_\delta = U_\infty \delta / \nu = 6.7 \times 10^4$  e  $u_\tau / U_\infty = 0.055$ , com outros resultados, relativos à camada limite turbulenta sobre superfície lisa, e conclui que os perfis são praticamente iguais quando reduzidos à mesma tensão tangencial, tal como se espera que aconteça. Coincidentemente, o perfil representado na figura 3.6 (b) refere-se a  $Re_\delta = 6.5 \times 10^4$  (praticamente o mesmo), sendo  $u_\tau / U_\infty = 0.072$ . Tomando para exemplo  $y/\delta = 0.15$ , a componente longitudinal da intensidade de turbulência é de  $\approx 14\%$  no presente estudo e de  $\approx 10\%$  em Corrsin et Kistler. Estes valores estão praticamente na mesma proporção dos respectivos cocientes  $u_\tau / U_\infty$ . No seu conjunto, os presentes perfis são semelhantes aos destes autores.

Comparem-se agora os presentes resultados com os de Counihan (1973), correspondente à simulação experimental da camada limite atmosférica, numa região urbana. Para um expoente da lei de potência  $1/n = 1/3.6$ , aquele autor obtém valores máximos da intensidade

de turbulência referida a  $U_\infty$ , também da ordem de 15%, na região sobre os elementos de rugosidade. A este propósito, o mesmo autor refere que, de acordo com Davenport (1960), não são de esperar diferenças significativas em relação a zonas rurais, mas no que diz respeito à intensidade de turbulência referida à velocidade local, esperam-se, na região inferior da camada limite urbana, intensidades da ordem dos 20 a 30%.

A tabela 3.2, onde se apresentam alguns valores de intensidade de turbulência obtidos na presente simulação de camada limite e na de Counihan, permite concluir que os presentes resultados concordam bem com os de Counihan, também em termos de intensidade de turbulência relativa à velocidade local.

**Tabela 3.2** - Intensidade de turbulência relativa à velocidade local (%)

Posição na camada limite	Resultados presentes		Counihan (1973)
	$1/n = 1/4.2$	$1/n = 1/2$	$1/n = 1/3.6$
ao nível do topo dos elementos de rugosidade	20 - 25	35 - 40	27
$y/\delta = 0.33$	12	18	14

Em termos gerais, pode-se concluir que , no respeitante a perfis de velocidade média e de intensidade de turbulência, esta montagem experimental está habilitada para o estudo de um conjunto relativamente vasto de situações reais com interesse em engenharia, como é o caso exemplar da dispersão de poluentes, mais problemática em meios urbanos ou industrializados.

### 3.4.4 - Determinação da escala integral longitudinal da turbulência

De acordo com as limitações do equipamento de anemometria disponível aquando do estudo da camada limite dinâmica, as amostras de velocidade instantânea foram obtidas com uma única sonda de fio quente, sonda “em U”, que era colocada perpendicularmente ao escoamento em sucessivas posições na camada limite, com o objectivo imediato de elaborar os perfis de velocidade média e de intensidade de turbulência.

Mas, pretendendo-se analisar a turbulência com maior profundidade, é necessário recorrer a correlações espaciais e temporais envolvendo as várias componentes das flutuações turbulentas, relativas a dois ou mais pontos e a dois ou mais instantes. O seu estudo completo envolve a definição de um tensor de covariância espaço-tempo que permite uma descrição estatística da organização espacial e temporal da turbulência e que está ligado, por intermédio de transformação de Fourier, a um tensor densidade espectral espaço-tempo no domínio dos números de onda e da frequência (Borges, 1974).

Neste contexto e para o presente trabalho, adquire especial importância a função de correlação longitudinal das componentes longitudinais das flutuações de velocidade, de origem turbulenta,  $u$ , que adimensionalizada pela variância é:

$$\rho_u(\xi) = \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(x) \cdot u(x + \xi) dt}{\overline{u^2}}. \quad (3.4.5)$$

O coeficiente  $\rho_u(\xi)$ , designado por coeficiente de correlação longitudinal entre  $u(x)$  e  $u(x+\xi)$ , liga deste modo os valores das componentes  $u$  adquiridas simultaneamente durante um período de tempo,  $T$ , infinitamente longo, em dois pontos de coordenadas longitudinais  $x$  e  $x+\xi$ . Fazendo variar a distância  $\xi$ , é possível estimar uma medida do comprimento típico dos turbilhões maiores, designada por escala integral longitudinal da turbulência e formalmente definida por:

$$L_1 = \int_0^\infty \rho_u(\xi) d\xi. \quad (3.4.6)$$

Assim sendo, o valor numérico de  $L_1$  pode ser estimado através da área limitada pela função de correlação e pelos eixos de referência.

o que também permite estimar o valor de  $L_I$ .

Defina-se, agora, para a mesma componente longitudinal das flutuações de velocidade,  $u$ , a função de autocorrelação, igualmente normalizada pela variância:

$$\rho_u(\tau) = \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot u(t + \tau) dt}{\overline{u^2}}. \quad (3.4.8)$$

O coeficiente de autocorrelação,  $\rho_u(\tau)$ , liga os valores das componentes  $u$  nos instantes  $t$  e  $t+\tau$  numa amostra adquirida num ponto fixo durante um período de tempo infinitamente longo. Fazendo variar o atraso,  $\tau$ , é possível estimar agora um valor,  $\tau_1$ , para o tempo durante o qual o escoamento conserva em “memória” o seu passado, que se designa por tempo integral e é determinado por:

$$\tau_1 = \int_0^\infty \rho_u(\tau) d\tau, \quad (3.4.9)$$

dando lugar, portanto, à estimação do valor numérico de  $\tau$  através da área limitada pela função de autocorrelação e pelos respectivos eixos de referência.

Também nos casos do presente estudo, sujeitos a este tipo de análise, foi confirmado pelo autor ser possível exprimir a função de autocorrelação (3.4.8) pela função exponencial

$$\rho_u(\tau) = e^{-\frac{\tau}{\tau_1}}, \quad (3.4.10)$$

o que corresponde a outra forma de estimar o valor de  $\tau_1$ .

No presente trabalho, a impossibilidade de obter amostras de velocidade simultaneamente adquiridas em dois pontos distintos, inviabilizou o recurso às correlações espaciais para a determinação dos valores da escala integral longitudinal da turbulência,  $L_I$ . No entanto, admitiu-se como válida a conhecida hipótese de Taylor (Borges, 1974; Hinze, 1975;

Hunt, 1982), segundo a qual se considera que o campo turbulento permanece indeformável, como se estivesse “congelado”, enquanto é transportado pelo escoamento médio ao longo da distância  $L_I$  e durante um correspondente intervalo de tempo  $\tau_I$ . Deste modo, estabelece-se uma ligação biunívoca entre a correlação espacial e a correlação temporal, viabilizando a estimação de  $L_I$  a partir de  $\tau_I$  por recurso à seguinte expressão:

$$L_I = U \tau_I. \quad (3.4.11)$$

Assim, torna-se possível estimar valores para a escala integral longitudinal da turbulência partindo da análise das amostras disponíveis, relativas à variação da velocidade instantânea ao longo do tempo, num ponto. Sendo a hipótese de Taylor válida em condições de turbulência homogênea e com baixa intensidade, a estimação de  $L_I$  será eventualmente menos precisa no interior das camadas limites geradas no presente trabalho. Não obstante, como se poderá verificar adiante, os resultados aí obtidos são coerentes e semelhantes aos de outros autores que utilizaram correlações espaciais.

Por transformação de Fourier é possível obter a expressão do espectro unidimensional correspondente a (3.4.7), cujo resultado é (Bendat et Piersol, 1966):

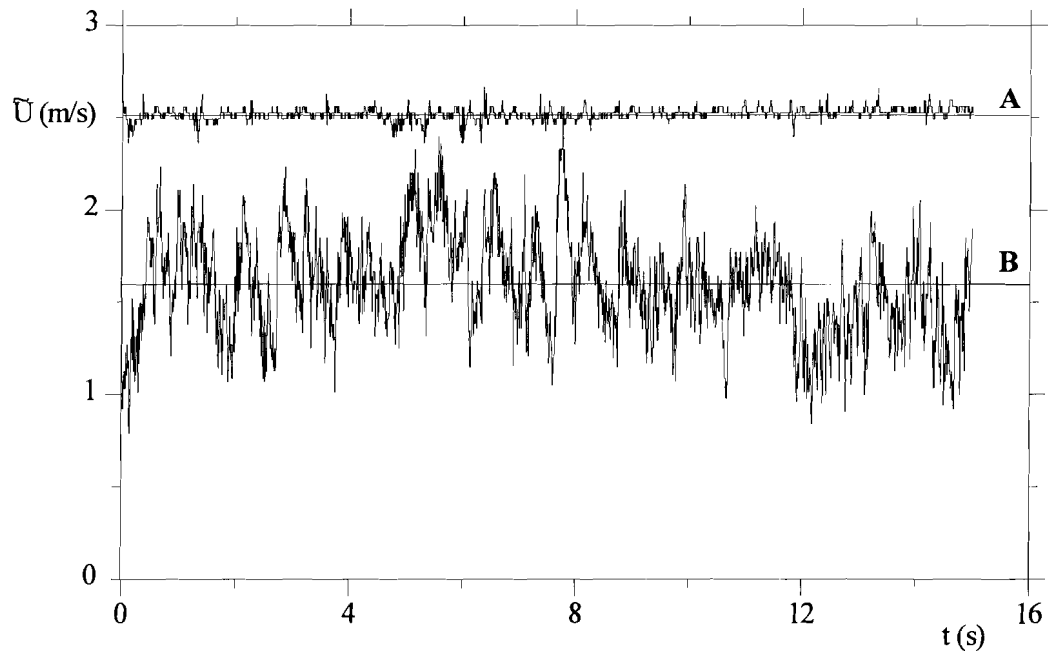
$$\frac{kF(k)}{u^2} = \frac{kL_I}{\pi} \frac{1}{1 + k^2 L_I^2} \quad (3.4.12)$$

Esta função permite a medição directa de  $L_I$  no espectro (Borges, 1974). De facto, sabendo que o seu máximo ocorre para  $k = 1/L_I$ , pode-se determinar  $L_I$  por observação directa da representação gráfica do espectro.

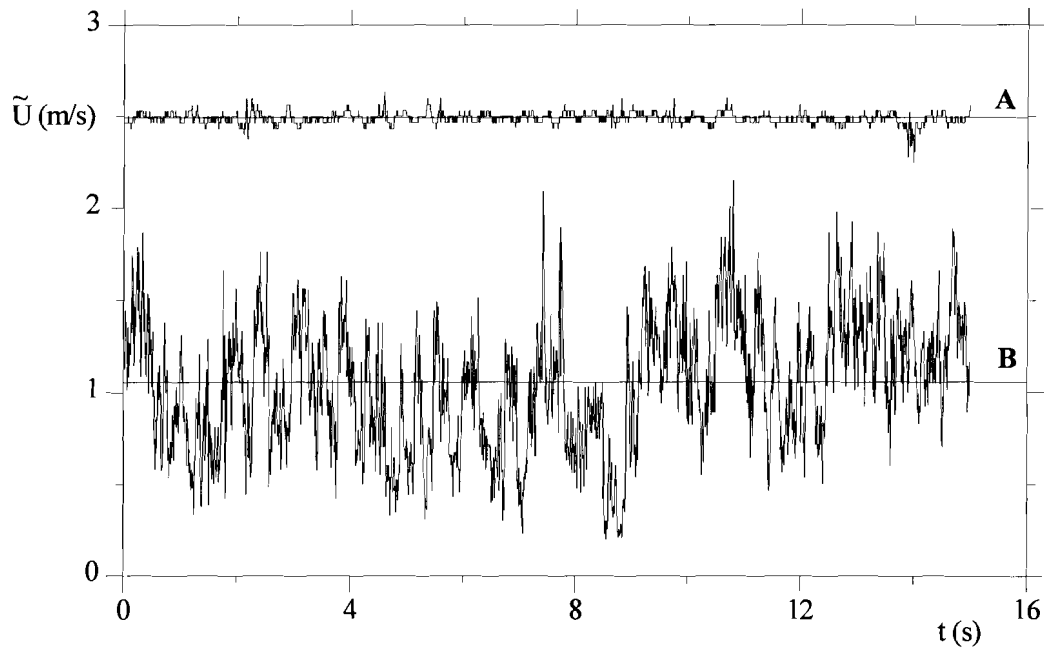
Perante as limitações experimentais atrás referidas e não ignorando que a validade da hipótese de Taylor fica gradualmente comprometida à medida que se caminha para o interior da camada limite, nomeadamente para a subcamada de tensão constante, onde a intensidade de turbulência aumenta significativamente e a anisotropia se acentua, cada valor de  $L_I$  foi ponderado a partir de três valores numéricos, calculados de acordo com o procedimento que se passa a descrever.

Cada amostra (intencionalmente muito longa) do sinal da velocidade, do tipo das representadas na figura 3.7, era inicialmente dividida em  $N$  subconjuntos contíguos e constituídos por igual número de pontos. Aos seus valores era retirada a componente média do sinal, ficando apenas a flutuação da velocidade. Para cada segmento assim gerado estimava-se a função de autocorrelação até valores de  $\tau \approx 2\tau_I$ , atraso a partir do qual se pode considerar já não haver correlação temporal (Bruun, 1995), e em seguida





(a) -  $\delta = 310$  mm. A  $\rightarrow y = \delta$ ,  $\frac{\sqrt{u^2}}{U} = 0.012$ ; B  $\rightarrow y = 50$  mm,  $\frac{\sqrt{u^2}}{U} = 0.17$ .



(b) -  $\delta = 390$  mm. A  $\rightarrow y = \delta$ ,  $\frac{\sqrt{u^2}}{U} = 0.014$ ; B  $\rightarrow y = 50$  mm,  $\frac{\sqrt{u^2}}{U} = 0.33$ .

**Figura 3.7** - Variação da velocidade instantânea,  $\tilde{U}$ , com o tempo. Amostras adquiridas em  $x = 7.23$  m com uma frequência de 200 Hz e relativas à rugosidade mínima, (a), e à rugosidade máxima, (b).

Nota: as linhas horizontais representam os valores médios de  $\tilde{U}$ .

estimava-se a densidade espectral de potência. A média das  $N$  estimativas assim calculadas definiam uma função e um espectro médios. Em análise espectral este método designa-se por método de Bartlett (Marple, 1987), sendo o referido espectro médio designado por periodograma de Bartlett. Nesta operação de média verificou-se que o número de segmentos considerados, admitidos estatisticamente independentes, pouco influenciavam o resultado final, reforçando assim as hipóteses de estacionariedade e ergodicidade (Coulon, 1986) admitidas nos casos sujeitos a análise.

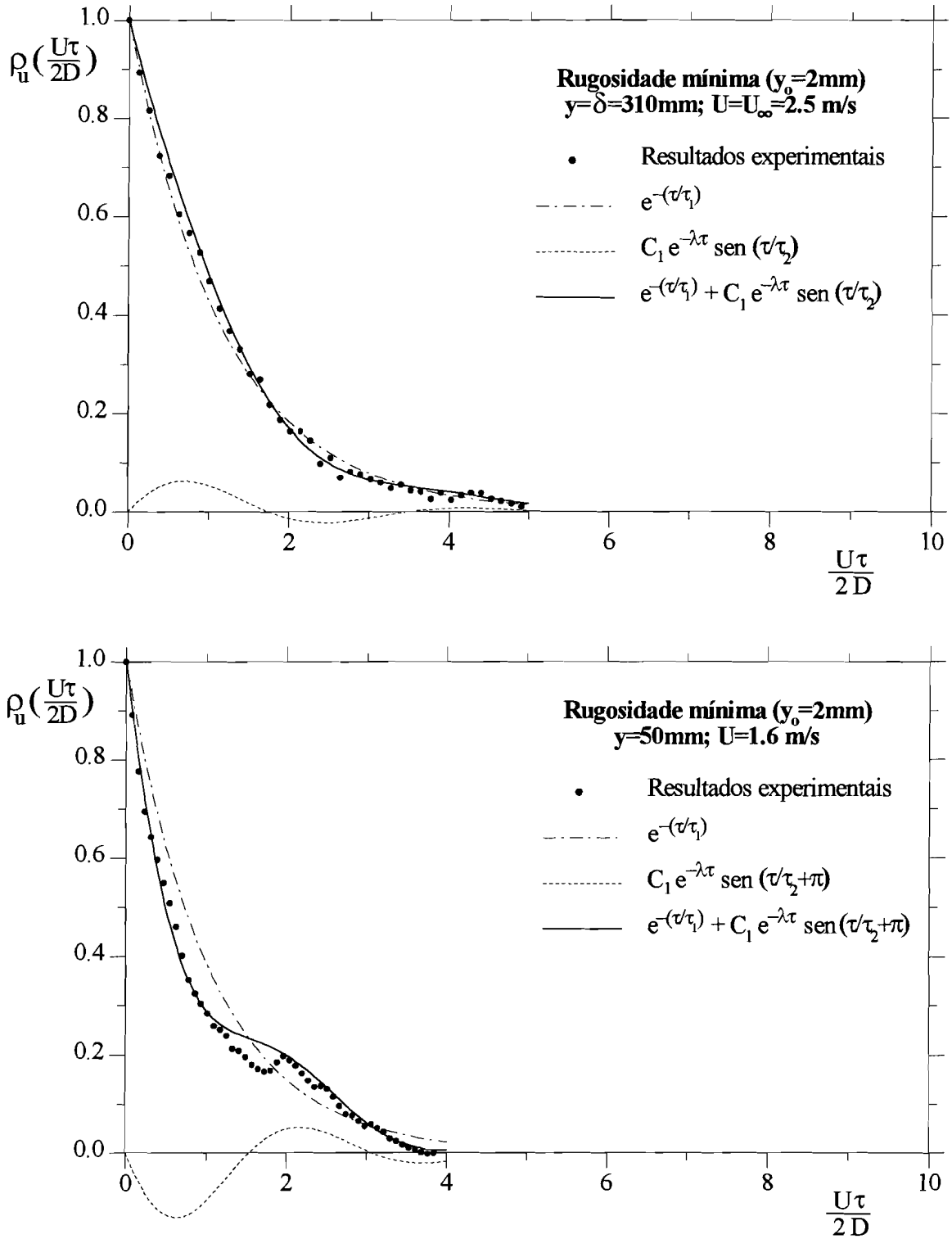
Antes de apresentarem a forma regular ilustrada nas figuras 3.10 e 3.11, os periodogramas de Bartlett eram ainda sujeitos a uma operação de média centrada em que o valor da densidade espectral de potência para cada número de onda,  $k$ , foi ponderado entrando em conta com os valores relativos aos números de onda vizinhos. De certo modo, com esta operação final, utilizou-se um outro estimador que corresponde, em análise espectral, ao método de Daniell.

A partir do expoente da regressão exponencial, do tipo de (3.4.10), aplicada às curvas de autocorrelação, obtinha-se um primeiro valor para  $L_I$ . Este, em seguida, era confrontado com um segundo valor resultante da integração numérica, traduzido pela área limitada pela curva da função de autocorrelação e pelos dois eixos coordenados, o que constitui afinal uma aproximação do valor do integral (3.4.9).

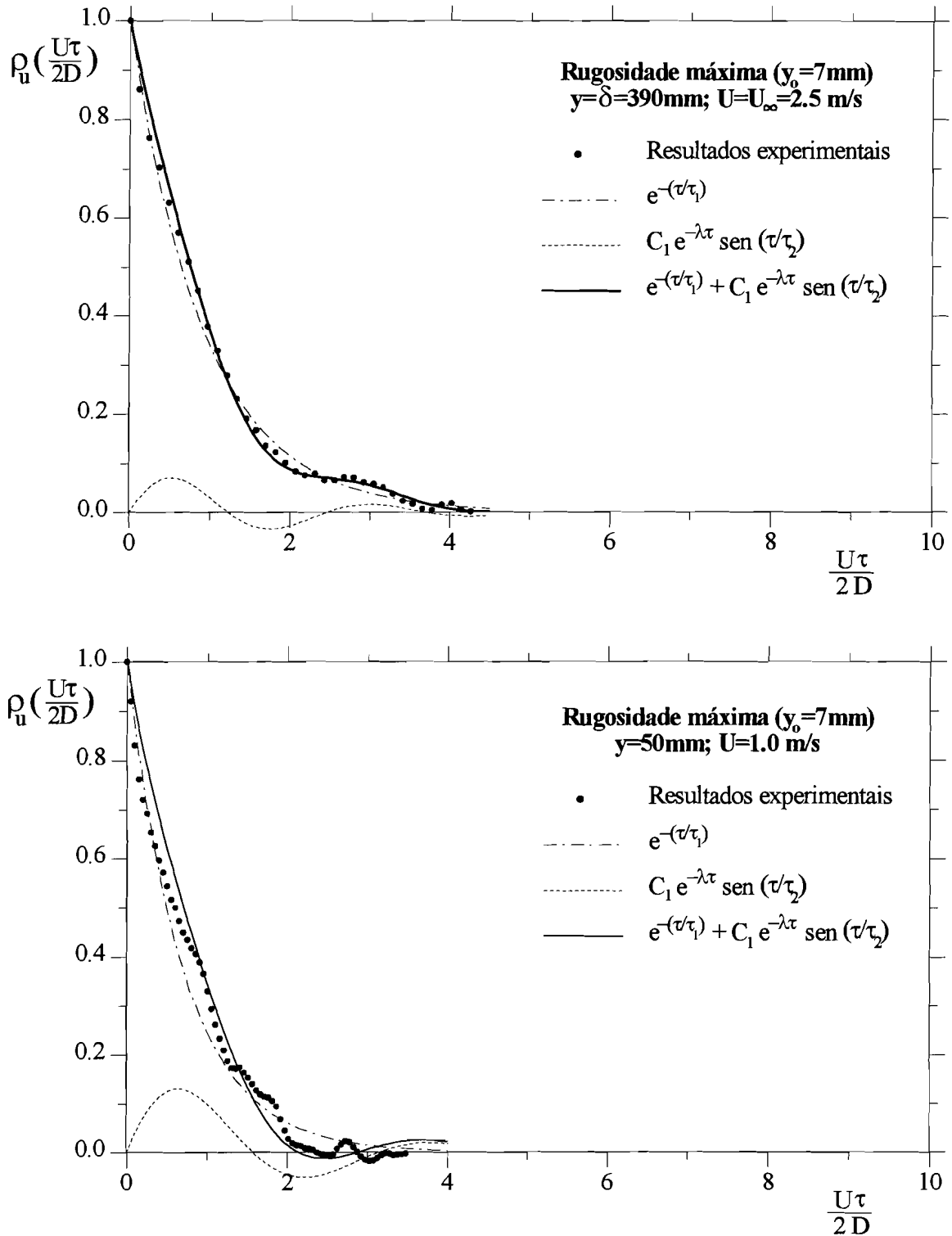
Por último, recorrendo à representação gráfica do espectro correspondente, procurava-se o número de onda,  $k_I$ , para o qual ocorria o valor máximo da função (3.4.12). Estavam assim definidos três valores numéricos, cujo valor médio era finalmente assumido como representativo da escala integral longitudinal da turbulência.

O recurso a ambas as representações, uma no domínio do tempo e outra no domínio da frequência, para melhor definir os valores da escala integral,  $L_I$ , é um procedimento usual para aumentar a confiança nos resultados obtidos. É que cada representação em separado produz resultados de baixa confiança, promovendo a dispersão de valores, como se pode observar em Tieleman (1979) a propósito da estimação da escala integral para a própria camada limite atmosférica, ora a partir da função de autocorrelação, ora do espectro de velocidade.

Para ilustrar a aplicação do procedimento acima descrito, apresentam-se alguns resultados típicos obtidos. Nesse sentido, as figuras 3.8 e 3.9 representam a função de autocorrelação nas condições de rugosidade mínima e máxima, respectivamente. Em cada caso, é apresentada a função de autocorrelação estimada para dois pontos qualitativamente diferentes: um no exterior da camada limite ( $y = \delta$ ) e outro plenamente no interior ( $y = 50$  mm). Os pontos calculados da função de autocorrelação são representados no



**Figura 3.8** - Funções de autocorrelação e respectivas regressões exponenciais. Situação de rugosidade mínima ( $y_0 = 2\text{ mm}$ ) analisada em dois pontos distintos: um no exterior da camada limite ( $y = \delta = 310\text{ mm}$ ) e outro no interior da camada limite ( $y = 50\text{ mm}$ ).



**Figura 3.9** - Funções de autocorrelação e respectivas regressões exponenciais. Situação de rugosidade máxima ( $y_0 = 7\text{ mm}$ ) analisada em dois pontos distintos: um no exterior da camada limite ( $y = \delta = 390\text{ mm}$ ) e outro no interior da camada limite ( $y = 50\text{ mm}$ ).

gráfico com a abcissa sob a forma adimensional  $U\tau/2D$  por dois motivos:  $U\tau$  é a função de transferência correspondente a (3.4.11), traduzindo um comprimento, e  $2D$  corresponde ao espaçamento entre cubos que por certo fixará a ordem de grandeza da escala integral,  $L_1$ . As figuras 3.10 e 3.11 representam os espectros obtidos por transformação discreta de Fourier, correspondentes às funções de autocorrelação das figuras 3.8 e 3.9.

Complementarmente à estimação da escala integral e partindo da observação quer das curvas de autocorrelação, quer das correspondentes representações espectrais, foi identificada uma segunda escala de comprimentos,  $L_2$ , com expressão em ambas as representações.

Com efeito, nas curvas de autocorrelação, de origem experimental, detecta-se uma oscilação amortecida sobreponível à função exponencial simples, (3.4.10), que se manifesta com maior evidência nos pontos relativos ao interior da camada limite e que é bem reproduzida por uma função com a seguinte expressão analítica:

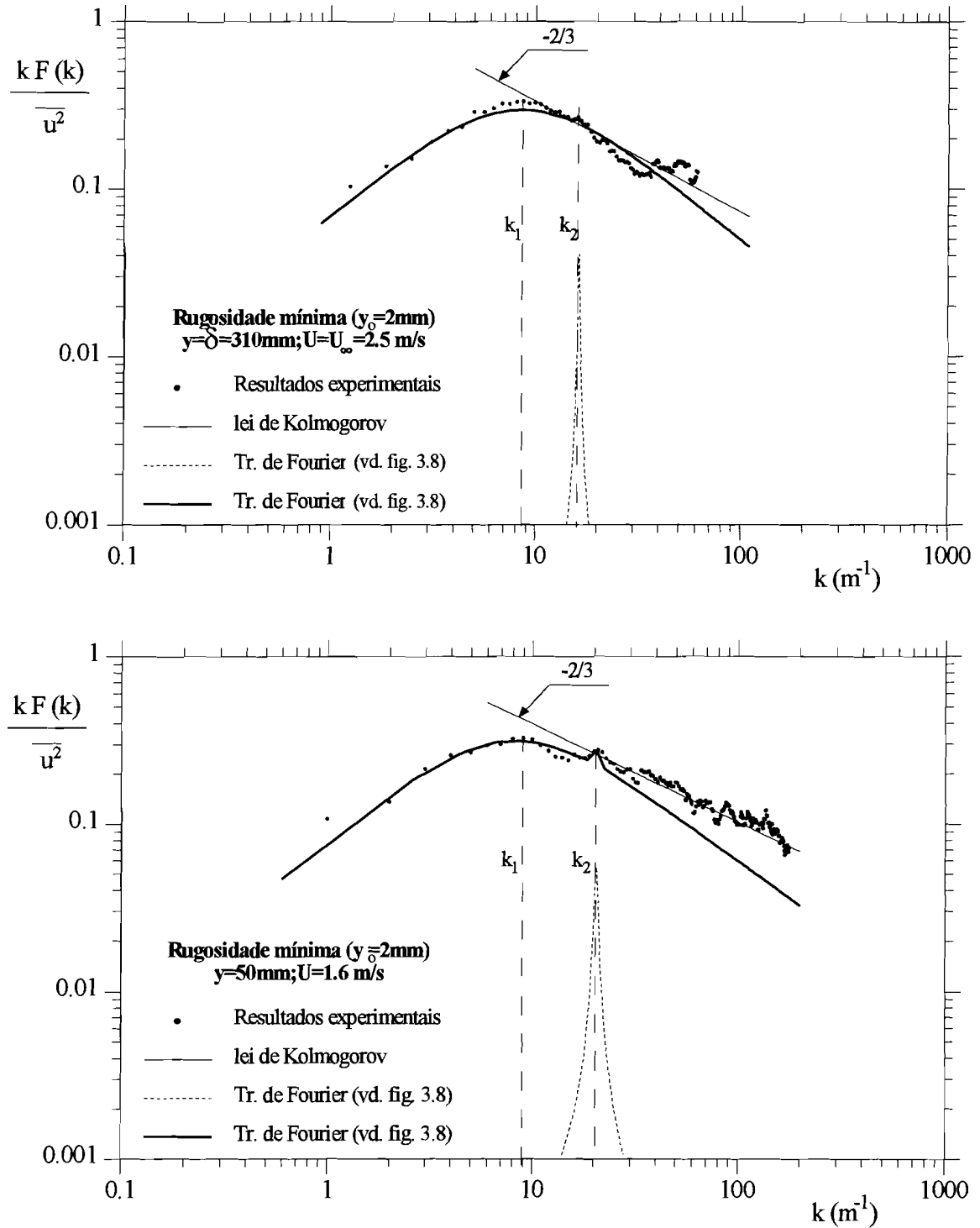
$$f(\tau) = C_1 \cdot e^{-\lambda\tau} \cdot \text{sen}(\tau/\tau_2 + \varphi). \quad (3.4.13)$$

Aqui,  $\lambda$  é o coeficiente de amortecimento da oscilação sinusoidal,  $\tau_2$  representa a escala de tempo correspondente a  $L_2$  e  $\varphi$  representa a diferença de fase. Nos gráficos representam-se separadamente, a traço interrompido, as duas funções (3.4.10) e (3.3.13) e a traço contínuo a soma das duas, que revelou reproduzir nitidamente melhor a curva experimental de autocorrelação.

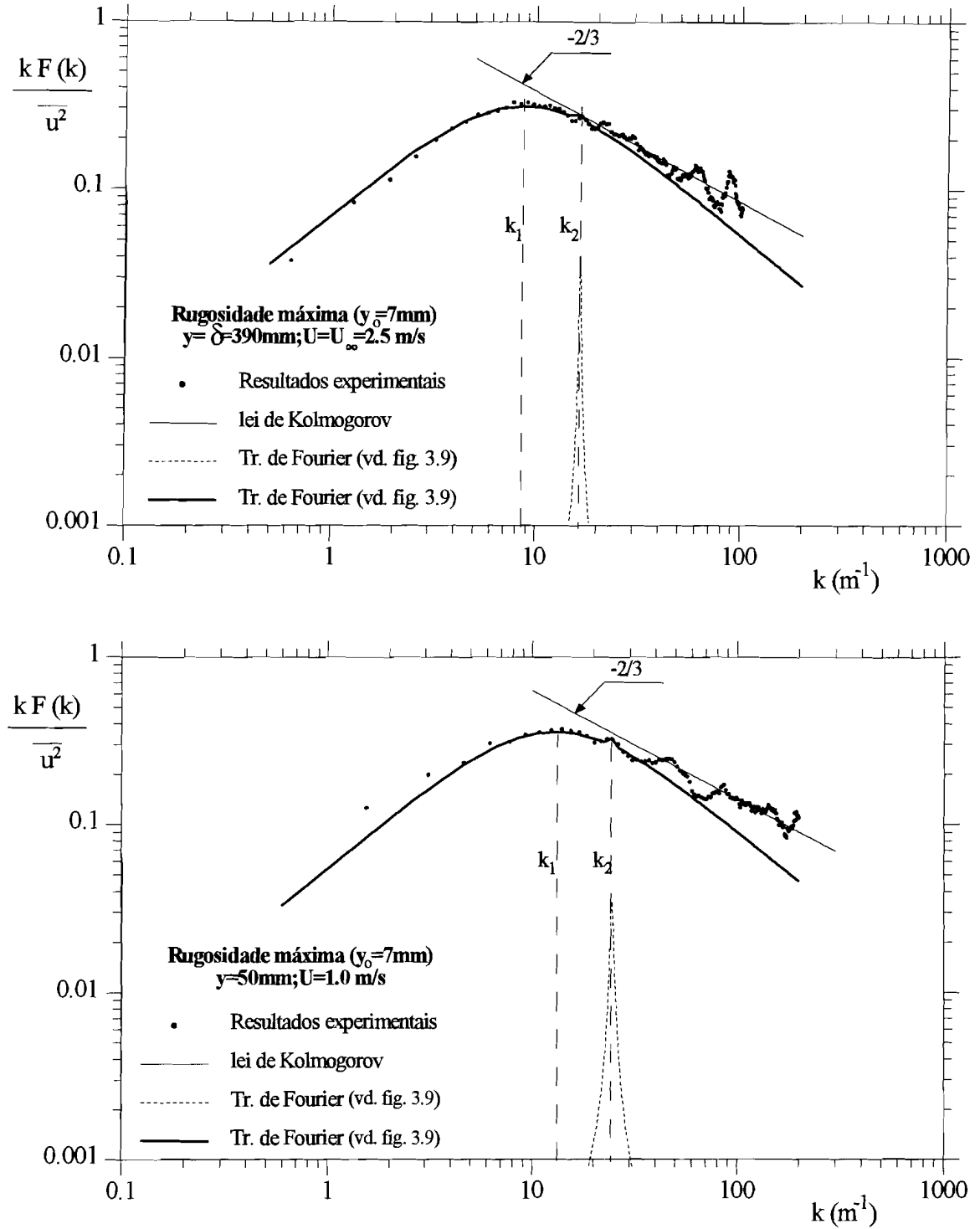
Nas representações espectrais das figuras 3.10 e 3.11, a evolução dos pontos resultantes da transformação discreta de Fourier indicia sistematicamente a presença dum segundo máximo relativo, cuja abcissa é identificada por  $k_2$  e que se verifica corresponder a um comprimento cujo valor é muito aproximadamente 5 cm, o comprimento das arestas dos cubos, elementos de rugosidade. De facto, adicionando as duas expressões analíticas, (3.4.10) e (3.3.13), e recorrendo à linearidade da transformação de Fourier:

$$ax(\tau) + by(\tau) \leftrightarrow aX(f) + bY(f), \quad (3.4.14)$$

a representação da transformada da soma reproduz melhor a curva do espectro, em torno de  $k_2$ . Representa-se separadamente, a traço interrompido, a transformada de (3.4.13) com o objectivo de evidenciar a sua contribuição para o espectro em torno de  $k_2$ . O máximo relativo que se observa para aquele número de onda pode ser interpretado como resultado de uma insuficiente difusão energética local no processo de transferência de energia dos vórtices maiores para os mais pequenos, isto é, a expressividade energética da escala de



**Figura 3.10** - Espectro da componente longitudinal da velocidade com vista à estimação da escala integral longitudinal da turbulência. Situação de rugosidade mínima ( $y_0=2\text{ mm}$ ) em dois pontos distintos: um no exterior da camada limite ( $y=\delta=310\text{ mm}$ ) e outro no interior da camada limite ( $y=50\text{ mm}$ ).



**Figura 3.11** - Espectro da componente longitudinal da velocidade com vista à estimação da escala integral longitudinal da turbulência. Situação de rugosidade máxima ( $y_0=7\text{ mm}$ ) em dois pontos distintos: um no exterior da camada limite ( $y=\delta=390\text{ mm}$ ) e outro no interior da camada limite ( $y=50\text{ mm}$ ).

vórtices correspondente àquele máximo relativo é tão grande que se individualiza no espectro.

Embora o objectivo imediato da utilização da análise espectral fosse a localização do valor máximo do espectro, verificou-se também o valor do gradiente no subdomínio dos números de onda associados à transferência de energia dos vórtices de maiores dimensões para os mais pequenos, designado por faixa de inércia. O valor obtido por regressão efectuada naquela zona do espectro foi de  $-2/3$  e confirma os resultados do estudo analítico de Kolmogorov, descrito em Borges (1974).

Além disso, verifica-se que os valores do espectro são bem representados pela expressão (3.4.12), particularmente para baixos números de onda. Para números de onda mais elevados, embora ainda se considere fisicamente interpretável o máximo relativo do espectro em  $k_2$ , na banda das mais altas frequências com interesse para o estudo do fenómeno físico, as medições não permitem qualquer conclusão, nomeadamente quanto à microescala de dissipação.

Em grande parte, isto será devido não às limitações das sondas de anemometria de fio quente usadas ou da ponte de Wheatstone associada, mas à limitação imposta pela resolução binária da placa de conversão analógica/digital. O limite mínimo que daí decorre para as variações do sinal convertido afecta, por consequência e pelo menos em parte, os cálculos na transformação discreta de Fourier, justificando de algum modo parte da dispersão dos valores do espectro naquela banda e limitando, obviamente, a pesquisa naquele subdomínio.

Tal como previsto, a hipótese de Taylor revelou-se bastante adequada quando aplicada à zona exterior da camada limite, de baixa intensidade de turbulência. Naturalmente que nos pontos interiores a aplicabilidade da referida hipótese é menor, crescendo o erro e aumentando a imprecisão dos valores, mas não ao ponto de invalidar resultados, como se poderá constatar ao confrontar os resultados do presente estudo com os de outros autores.

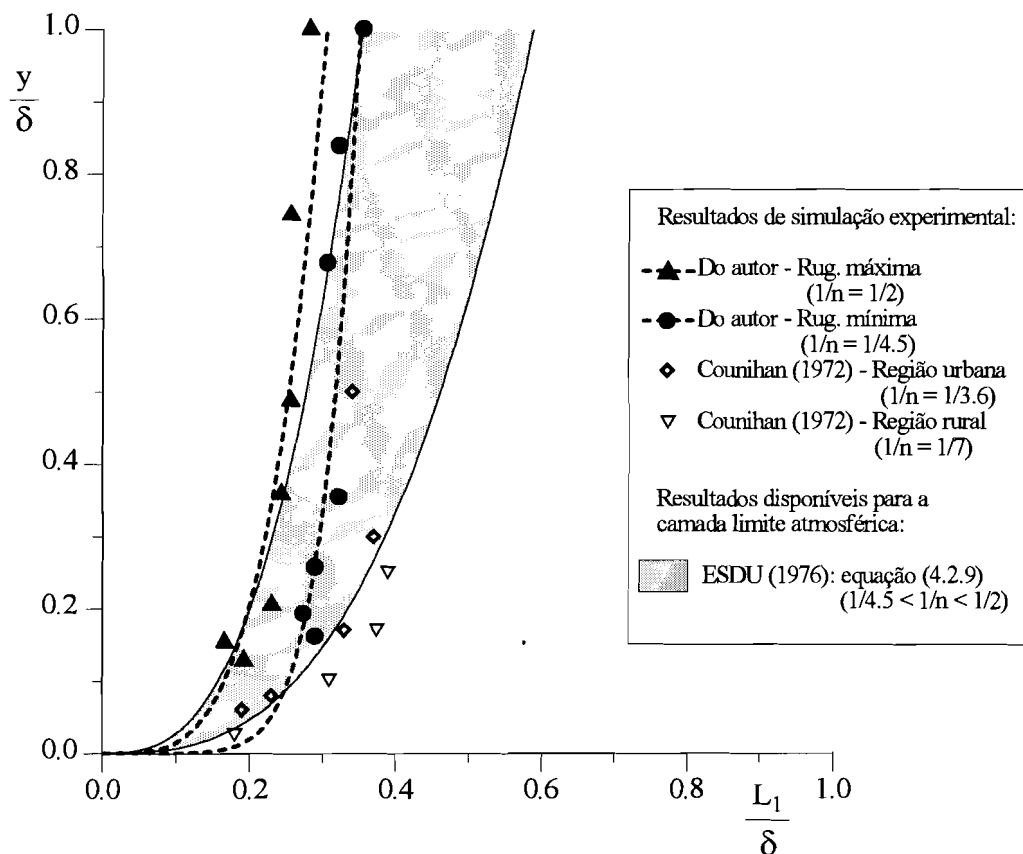
Nesse sentido, elaboraram-se os perfis representados na figura 3.12, constituídos por resultados finais de  $L_1$ , relativos às duas rugosidades extremas estudadas. Os resultados são confrontados com outros relativos a simulação experimental e com aqueles que se observam na camada limite atmosférica, para condições semelhantes, sumariamente descritas na legenda da figura.

Como a figura mostra, os perfis de  $L_1$  obtidos no presente estudo são, apesar de tudo o que se disse, razoavelmente bem correlacionados por uma lei de potência e revelam alguma



sensibilidade à rugosidade superficial, diminuindo os valores com o aumento da rugosidade superficial. O mesmo se verifica, em maior ou menor grau, em todos os resultados publicados, quer se trate de simulação experimental, quer se trate da própria camada limite atmosférica.

No entanto, os valores que constituem os perfis de  $L_1$  obtidos pelo autor não se afastam muito de 20 a 30 % do valor da espessura da camada limite, o que corresponde a comprimentos bastante próximos dos 10 cm de espaçamento entre os cubos que constituem a rugosidade. Razões semelhantes justificarão os valores obtidos por Counihan (1972, 1973), que utilizou na sua montagem experimental geradores de vorticidade separados uns dos outros por uma distância equivalente a 50 % da espessura da camada limite. De facto, este dispositivo destinava-se não só a acelerar o desenvolvimento da camada limite, que no presente estudo tem um desenvolvimento natural, mas também a promover maiores escalas da turbulência.



**Figura 3.12** - Escala integral longitudinal da turbulência. Comparação de resultados de simulação experimental com resultados relativos ao vento natural.

A figura 3.12 permite também comparar os perfis obtidos pelo autor para a gama de  $1/n$  estudada ( $1/4.5 < 1/n < 1/2$ ) com o domínio de valores que decorrem da aplicação da relação empírica produzida por ESDU(1976), baseada em dados publicados, válida para a camada limite atmosférica e com a seguinte forma:

$$L_1 = 25 \cdot (y' - d)^{0.35} / y_o^{0.063}. \quad (3.4.15)$$

É também uma simples lei de potência, uma vez definidos os parâmetros  $d$  e  $y_o$ . Foi exactamente o que se fez: para a mesma gama de  $1/n$ , com base nas correspondentes categorias de terrenos agrupadas por Davenport (1960) e de acordo com elementos disponíveis em Borges (1974) seleccionaram-se valores extremos para  $\delta$ ,  $d$  e  $y_o$  e definiu-se a mancha traçada na figura.

Perante isto, pode resumir-se concluindo que os valores da escala integral longitudinal da turbulência, obtidos pelo autor em túnel aerodinâmico, se situam globalmente dentro da gama que reproduz adequadamente a estrutura turbulenta de grande escala presente na camada limite atmosférica desenvolvida sobre regiões urbanas ou suburbanas.

### 3.4.5 - Determinação da tensão tangencial na parede

Os valores da tensão tangencial média na camada limite foram determinados por duas vias. Recorrendo à técnica de anemometria de fio quente, levantaram-se perfis de tensão tangencial e, a partir deles, determinou-se a tensão tangencial na parede. Por outro lado, recorrendo à equação integral de von Kármán, determinaram-se também valores para a tensão tangencial na parede. No fim, e para esta última, compararam-se os valores obtidos pelas duas vias independentes.

De acordo com as limitações do equipamento de anemometria de fio quente, disponível na altura dos ensaios, apenas foi possível utilizar uma sonda de fio quente com um único filamento, inclinado a 45°, para efectuar as medições com vista à determinação da tensão tangencial na camada limite. A *lei do coseno* (Bradshaw, 1975), relaciona a velocidade efectiva de arrefecimento do fio quente,  $U_{ef}$ , com a velocidade  $U$ , do escoamento, através do coseno do ângulo  $\varphi$  entre a direcção do escoamento e o plano normal ao eixo do fio quente,

$$U_{ef} = U \cos \varphi . \quad (3.4.16)$$

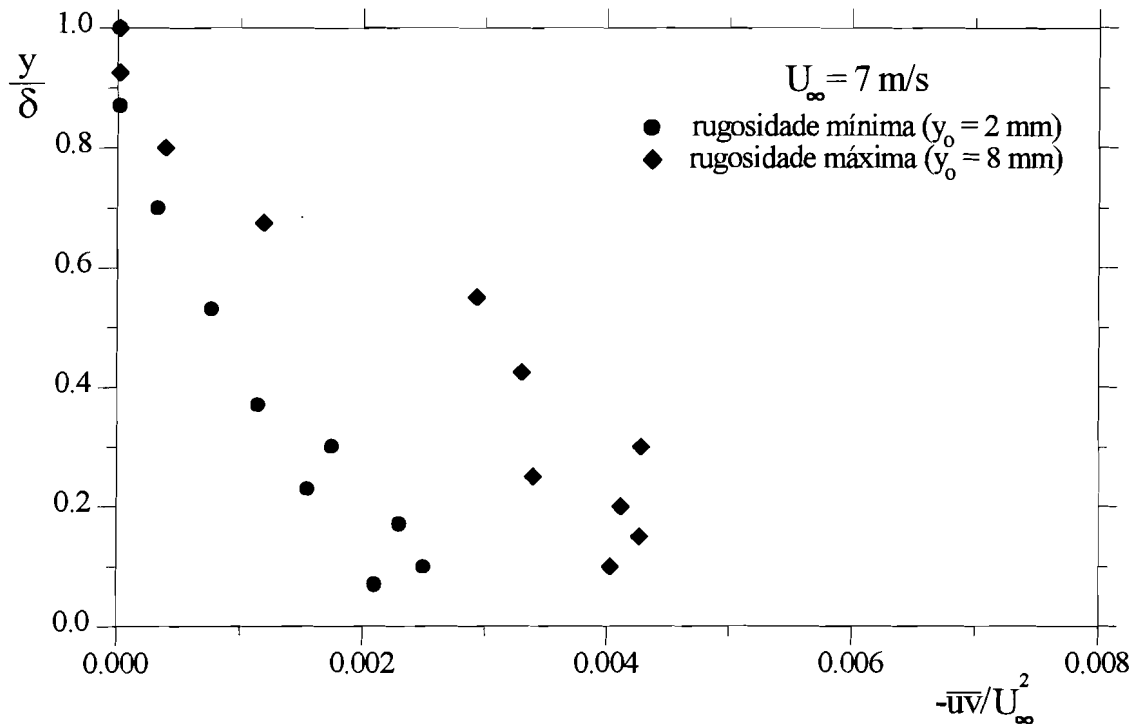
Em conformidade com esta lei, que decorre do facto da sonda reagir à componente normal ao fio, uma sonda do tipo acima referido reage a  $(u+v)$  quando o ângulo entre o filamento, colocado num vertical, e o escoamento é de +45°. Rodando a sonda de 180° em torno do seu eixo, o ângulo do filamento com o escoamento é, agora, de -45° e a sonda reage a  $(u-v)$ . Como a aquisição não é simultânea, não se terá acesso à componente instantânea,  $v$ . Todavia, recorrendo aos quadrados dos binómios, obtém-se:

$$\overline{(u+v)^2} - \overline{(u-v)^2} = 4 \cdot \overline{uv} . \quad (3.4.17)$$

Isto é, a diferença entre os valores médios quadráticos dos dois sinais dá acesso às tensões de Reynolds, através do último termo da equação (3.4.17).

Com este procedimento, foram elaborados perfis de tensão tangencial média na camada limite. Ponderando os valores na subcamada logarítmica, onde é suposto vigorar uma tensão tangencial constante, foram estimados valores para a tensão tangencial na parede. A figura 3.13, representa, a título ilustrativo, dois perfis de tensão tangencial, obtidos na estação de trabalho, relativos às duas condições extremas de rugosidade. Existe alguma

dispersão dos valores obtidos com a sonda de fio quente, justificando, só por si, a procura duma fonte alternativa de valores.



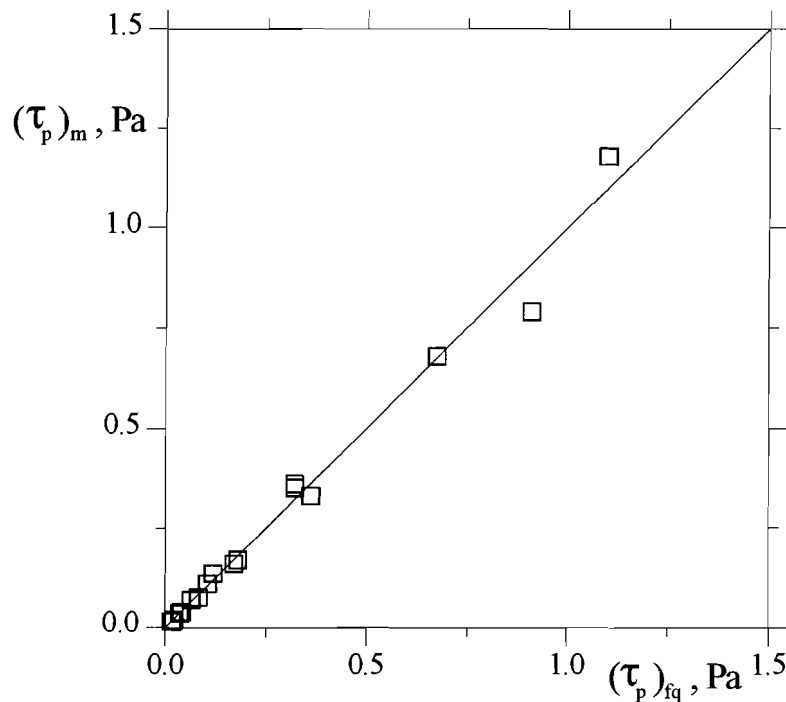
**Figura 3.13** - Perfis de tensão tangencial média na camada limite.

Com este propósito, utilizaram-se os resultados experimentais relativos ao desenvolvimento dos parâmetros integrais da camada limite (vd. figura 3.5) em conjunto com a equação do balanço integral de quantidade de movimento, de von Kármán, na forma simplificada (3.3.6), que relaciona directamente o valor do gradiente longitudinal da espessura de déficit de quantidade de movimento com os valores da tensão tangencial pretendida.

A figura 3.14 reproduz os resultados da tensão tangencial na parede, respeitantes à estação de trabalho, para diversas rugosidades e diferentes números de Reynolds do escoamento, correlacionando os valores que foram obtidos a partir dos sinais da sonda de fio quente, ( $\tau_p$ )<sub>fq</sub>, com os que foram calculados com base na equação integral da quantidade de

movimento, de von Kármán,  $(\tau_p)_m$ . Os resultados permitem concluir que existe uma boa concordância entre os valores provenientes das duas técnicas, independentes, utilizadas.

O confronto de valores a que se acaba de fazer referência deu lugar a uma melhor definição de valores médios finais para a tensão tangencial na parede, aumentando, por consequência, a confiança nos resultados.



**Figura 3.14** - Correlação dos resultados da tensão tangencial na parede.

$(\tau_p)_{fq}$  - anemometria de fio quente;

$(\tau_p)_m$  - equação de von Kármán.

Com base nos valores assim definidos, elaborou-se a figura 3.15 que representa a evolução da tensão tangencial na parede, na estação de trabalho, com o aumento da pressão dinâmica do escoamento exterior, para as duas situações extremas de rugosidade. A figura reproduz também os correspondentes valores do coeficiente de atrito superficial.

A evolução dos valores da tensão tangencial confirma a hipótese de escoamento completamente rugoso. Sobre as linhas a traço interrompido incluem-se os valores, constantes, do coeficiente de atrito  $c_f$  [eq. (3.3.12)], obtidos por regressão linear aplicada

aos pontos experimentais. Para calcular o coeficiente de atrito local em escoamentos turbulentos, em regime completamente rugoso, sobre superfícies que possam ser caracterizadas por uma *rugosidade equivalente em grãos de areia*, de diâmetro  $y_0$ , (em analogia com as experiências de Nikuradse relativas a tubos rugosos), Schlichting (1968) sugere a utilização da seguinte fórmula de interpolação, em termos de rugosidade relativa:

$$c_f = \left( 2.87 + 1.58 \cdot \log \frac{x}{y_0} \right)^{-2.5}, \quad (3.4.18)$$

onde  $x$  é a distância contada a partir da origem da camada limite, suposta turbulenta desde o início. Na figura 3.15, as linhas a traço contínuo e os valores junto a elas reproduzidos, entre parêntesis, referem-se a  $c_f$  calculado com base na fórmula (3.4.18).

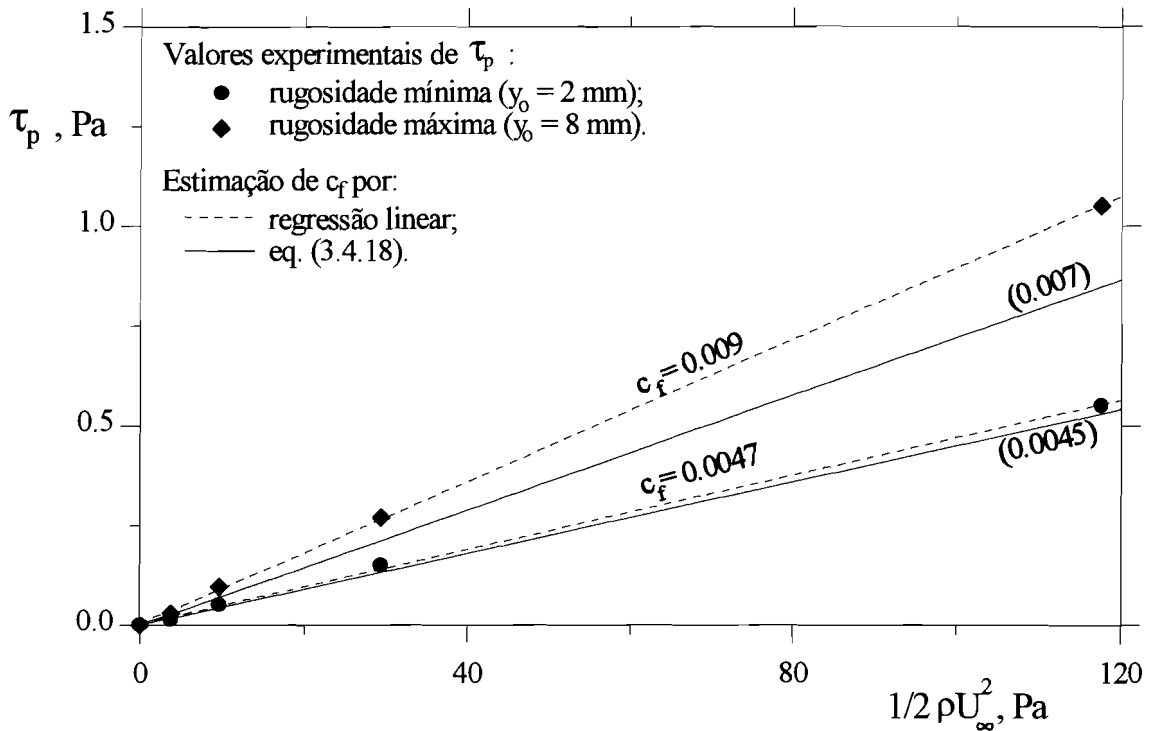


Figura 3.15 - Determinação do coeficiente de atrito superficial,  $c_f$ .

A comparação dos valores experimentais de  $c_f$  com os previstos pela fórmula (3.4.18) revela uma boa concordância para a condição de rugosidade mínima, indicando que, nesta

condição, o escoamento é praticamente idêntico ao que se desenvolveria sobre uma superfície uniformemente coberta com grãos de areia de diâmetro  $y_0$ .

Na condição de rugosidade máxima, o afastamento notado nos valores será, em alguma medida, devido à imprecisão nos cálculos efectuados para a determinação de  $y_0$ , a partir da lei logarítmica, e à dispersão observada nos valores da tensão tangencial com origem nos sinais da sonda de fio quente inclinada, a qual estava impedida de se aproximar muito do nível do topo dos cubos, devido à tridimensionalidade do escoamento e aos fenómenos de recirculação que ali se verificam. Basta pensar que na situação de rugosidade máxima, o topo dos cubos, elementos de rugosidade, emergem 30 mm acima do plano das réguas, enquanto que na rugosidade mínima estão ao mesmo nível.

Torna-se assim mais difícil medir na subcamada logarítmica, precisamente a que é mais importante, sob o ponto de vista dos parâmetros que se acabam de analisar. O facto dos valores experimentais, relativos à rugosidade máxima, serem sistematicamente maiores do que os previstos pela lei empírica de resistência superficial (3.4.18), pode também ser visto como um sintoma de inaplicabilidade daquela equação, isto é, que na condição de rugosidade muito elevada, não haja equivalência com uma superfície integralmente coberta com grãos de areia.

### **3.4.6 - Coeficiente de resistência de um cubo imerso na camada limite**

Uma vez determinadas as características da camada limite turbulenta, na estação de trabalho, e como preparação para a análise da transferência de calor a partir de um cubo nela imerso, procedeu-se ao estudo da interacção da camada limite com um cubo não aquecido, sob o ponto de vista da influência da rugosidade superficial e da orientação do cubo no coeficiente de resistência.

Tratando-se de um corpo rômbo, pressupôs-se que a força exercida pelo escoamento sobre o cubo é, basicamente, o resultado da distribuição do campo de pressões estáticas sobre toda a área exposta, desprezando a contribuição das forças de atrito viscoso. Assim sendo, foi utilizado um cubo instrumentado para medição da distribuição de pressões sobre as suas faces laterais e posterior determinação da força de resistência. Assumiu-se como valor desta força, o resultado numérico obtido por integração do campo de pressões sobre a área das superfícies laterais do cubo que contribuem para o referido valor.

Concretamente, a força de resistência,  $F_r$ , foi calculada pela expressão

$$F_r = 0.5\rho U_\infty^2 \cdot \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^n (C_{p_{ji}} \cdot \Delta A_{ji} \cdot n_i \cdot \cos \alpha_i), \quad (3.4.19)$$

sendo:

$C_{p_{ji}} = (P_{local} - P_\infty) / (0.5\rho U_\infty^2)$ , o coeficiente de pressão, calculado para a tomada de pressão  $j$ , na face  $i$ ;

$\Delta A_{ji}$  o elemento de área afecto à tomada de pressão  $j$ , na face  $i$ ;

$n_i$  o versor normal à face  $i$  e dirigido para fora do cubo;

$\alpha_i$  o ângulo entre a direcção do escoamento e  $n_i$ .

Por outro lado, o coeficiente de resistência,  $C_r$ , é definido por

$$C_r = \frac{F_r}{A_c \cdot 0.5\rho U_{0.75}^2} \quad (3.4.20)$$

onde

$A_c$  é a área frontal do cubo, tomada como característica para qualquer orientação do cubo, e

$U_{0.75}$  é a velocidade de referência na camada limite, em  $y = 0.75 D$ .

Contrariamente ao que se passa em escoamento uniforme ou camadas limites finas, não é de esperar que, em camadas limites espessas, a velocidade de referência que melhor caracteriza a interacção com o cubo assente no solo seja  $U_\infty$ , se se levar em conta que  $D/\delta$  é sempre de ordem de magnitude inferior a 1 e que  $n$  varia consideravelmente conforme a rugosidade superficial.

No presente estudo, chegou-se à conclusão de que o valor da velocidade em  $y = 0.75D$ , calculado de acordo com a lei logarítmica, é a melhor referência para interpretar os resultados experimentais. Razões análogas justificam que Castro et Robins (1977), ao estudarem o escoamento em torno de um cubo imerso numa camada limite com  $D/\delta = 0.1$ , tenham definido  $C_p$  com a pressão dinâmica baseada na velocidade do escoamento não perturbado, ao nível do topo do cubo.

Todos os resultados que agora se analisam referem-se ao cubo assente no solo, com a sua base ao nível da origem da camada limite, isto é, onde  $U = 0$ , de acordo com os valores de  $d$  e  $y_0$  calculados previamente (vd. figura 3.3).



Na figura 3.16 representa-se a variação do coeficiente de resistência do cubo com o aumento da rugosidade, por intermédio do expoente da lei de potência,  $1/n$ , para as duas orientações angulares extremas ( $0^\circ$  e  $45^\circ$ ), comparando os resultados com os de Hoerner (1965). Estes foram calculados com base na velocidade de referência  $U_\infty$ , mas como se trata de uma camada limite de espessura inferior à altura do cubo, pode considerar-se o escoamento quase uniforme, admitindo  $1/n \rightarrow 0$  e tomando  $U_{0.75} = U_\infty$ .

No domínio das rugosidades estudadas, verifica-se ser fraca a dependência de  $C_r$  com o ângulo de incidência. Quando se comparam estes resultados com os de Hoerner, pode afirmar-se que parecem ser concordantes, na medida em que, para a rugosidade mínima conseguida com a montagem experimental ( $1/n = 0.2$ ), os resultados esboçam uma tendência para se aproximarem dos deste autor, os quais correspondem, como se disse, a um escoamento quase uniforme e revelam por isso certa dependência de  $C_r$  com  $\alpha$ .

Há uma característica comum a qualquer dos escoamentos que foram criados com a presente montagem experimental: o elevado nível de turbulência. Como se viu no subcapítulo 3.4.3, a intensidade de turbulência relativa à velocidade local, na subcamada

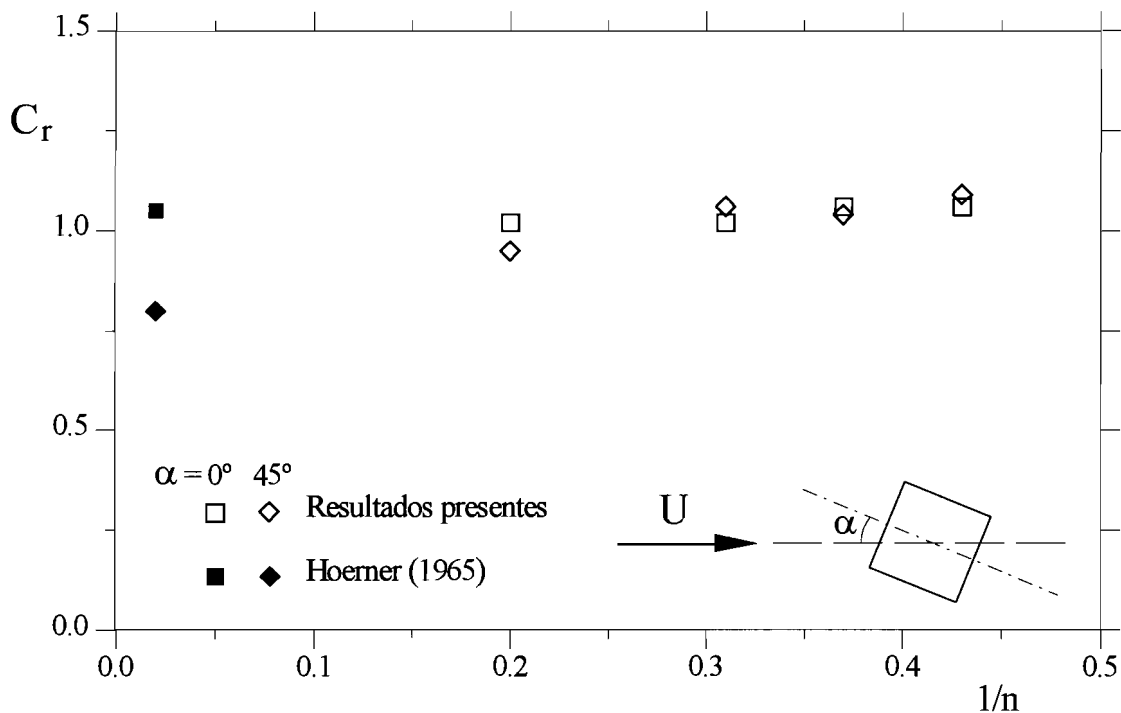


Figura 3.16 - Dependência de  $C_r$  com  $1/n$ , para  $\alpha = 0^\circ$  e  $45^\circ$ .

interior, onde está totalmente imerso o cubo, indica que os valores das flutuações da velocidade quase atingem a mesma ordem de magnitude do seu valor médio. Nestas circunstâncias, será relativamente grande a probabilidade do vector velocidade instantânea variar a sua direcção entre  $+45^\circ$  e  $-45^\circ$ . Não custa a crer, portanto, que o cubo quase não reconheça uma orientação preferencial para o escoamento médio e revele, por consequência, uma fraca dependência de  $C_r$  com  $\alpha$ .

Já num estudo anterior (Carvalho, 1988), ao analisar-se a dependência angular do coeficiente de resistência de um cubo, enquanto elemento da superfície rugosa que integra a presente montagem experimental, chegou-se à mesma conclusão, sugerindo inclusivamente que outra orientação dos elementos de rugosidade não conduziria a resultados globais significativamente diferentes, desde logo em termos de tensão tangencial média e, por efeito desta, em termos de perfil de velocidades. Partindo do princípio de que toda a força exercida pelo escoamento sobre a superfície rugosa é transmitida à placa pelos elementos de rugosidade, na altura verificou-se que, em termos médios, o valor da força actuante nos 100 cubos existentes em cada metro quadrado, equivalia, *grosso modo*, ao valor da tensão tangencial média determinada por outras vias e para as mesmas condições.

Em Castro et Robins (1977), o estudo abrange o cubo imerso num escoamento uniforme, com intensidade de turbulência inferior a 0.5%, e numa camada limite espessa, com  $D/\delta = 0.1$  (como atrás referido), onde a intensidade de turbulência atinge 14%. Comparando os resultados num e noutro caso, as conclusões são também no sentido de que o aumento de turbulência e de tensão tangencial no escoamento de aproximação, ao passar do primeiro para o segundo caso, alteram radicalmente a libertação de vórtices a partir das arestas do cubo, com consequências importantes na distribuição de pressões e na esteira próxima, que estão relacionadas, como se sabe, com a força de resistência.

No presente contexto, de camadas limites turbulentas e espessas, os valores de  $C_r$  são praticamente insensíveis à variação de  $1/n$ . Por um lado, a velocidade de referência,  $U_{0.75}$ , já leva em conta a alteração provocada pela rugosidade no perfil de velocidades e, por outro, as características turbulentas do escoamento são qualitativamente semelhantes em todo o domínio estudado. No entanto, os resultados relativos à rugosidade mínima, quando confrontados com os de Hoerner (1965), sugerem que se explore mais este subdomínio, para perceber melhor os mecanismos que são responsáveis pela diminuição da sensibilidade à orientação angular.

## ***Capítulo 4***

### ***Interacção com um cubo aquecido***

#### **4.1 - Condições de simulação física**

Descrevem-se em seguida as condições de simulação física envolvidas no estudo da interacção do cubo aquecido com o ar envolvente, abrangendo os regimes de convecção natural, mista e forçada.

##### **4.1.1 - Dimensão característica e orientação do corpo**

A simplicidade da forma cúbica levou a adoptar o comprimento da aresta,  $D$ , como dimensão característica do corpo. Soluções do tipo *volume / área* ou *raiz quadrada da área exposta*, frequentemente adoptadas em estudos de corpos prismáticos, consideram-se dispensáveis no caso particular do cubo.

Para caracterizar a orientação do modelo relativamente ao escoamento de aproximação, definiu-se o ângulo  $\alpha$  entre a normal à face de barlavento e a direcção do escoamento.

No presente estudo atribuiu-se maior importância às orientações extremas de  $0^\circ$  e  $45^\circ$ , consideradas mais significativas, não tendo sido feita uma análise pormenorizada para orientações intermédias.

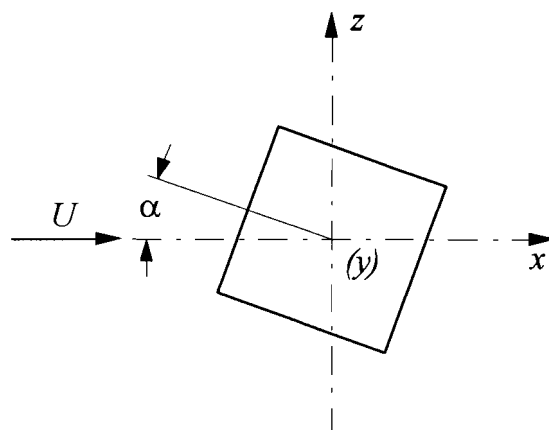


Figura 4.1 - Definição do ângulo de incidência do escoamento no modelo.

### 4.1.2 - Diferença de temperatura entre o modelo e o ar ambiente

Sendo  $\theta$  a diferença entre a temperatura,  $T$ , num ponto genérico e a temperatura,  $T_\infty$ , do ar não perturbado pela presença do cubo aquecido, define-se  $\theta_p$  como um importante parâmetro de referência dos ensaios com o cubo aquecido, sendo dado por

$$\theta_p = T_p - T_\infty, \quad (4.1.1)$$

onde  $T_p$  é a temperatura das paredes isotérmicas do cubo.

Devido às limitações da montagem experimental referidas no capítulo 2, no presente estudo  $\theta_p$  adquiriu sempre valores máximos entre 120 e 140 °C, aproximadamente.

### 4.1.3 - Propriedades físicas do ar

A massa volúmica  $\rho$ , a viscosidade cinemática  $\nu$ , e a condutibilidade térmica  $\lambda$  são avaliadas à temperatura de filme,  $T_f$ , dada por

$$T_f = \frac{T_p + T_\infty}{2}. \quad (4.1.2)$$

Considerando o ar como gás ideal, o coeficiente de expansão volumétrica,  $\beta$ , é igual ao inverso da temperatura absoluta, sendo calculado à temperatura de filme.

## 4.2 - Parâmetros adimensionais relevantes

### a) Número de Nusselt

No presente estudo considerou-se apenas o número de Nusselt global, definido por

$$Nu = \frac{h_c D}{\lambda}, \quad (4.1.3)$$

onde  $h_c$  é o coeficiente médio de transferência de calor por convecção relativo a todas as faces do cubo.

**b) Número de Grashof**

Definindo-se o número de Grashof pela expressão

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \theta_p \cdot D^3}{\nu^2}, \quad (4.1.4)$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade. A sua gama de valores foi bastante limitada pela montagem experimental, obtendo-se quase sempre valores muito perto de  $1 \times 10^6$ .

**c) Número de Prandtl**

De acordo com 4.1.3, o número de Prandtl molecular

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad (4.1.5)$$

com  $\alpha$  sendo a difusividade térmica do ar, é calculado também à temperatura de filme,  $T_f$ , adquirindo valores praticamente constantes e muito próximos de 0.70.

**d) Número de Rayleigh**

Importante em convecção natural, o número de Rayleigh é definido como o produto do número de Grashof pelo número de Prandtl,

$$Ra = Gr \cdot Pr, \quad (4.1.6)$$

sendo, portanto, calculado à temperatura de filme.

**e) Número de Reynolds**

Adquirindo importância crescente quando se percorre o domínio desde a convecção mista à forçada, o número de Reynolds é definido por

$$Re = \frac{U \cdot D}{\nu}, \quad (4.1.7)$$

sendo  $U$  a velocidade de referência do escoamento incidente, que no presente estudo é tomada em  $y = 0.75 D$ . De acordo com a gama de valores de  $U_\infty$  e rugosidades ( $y_0$ ) usadas,  $Re$  adquiriu valores que vão desde  $5 \times 10^2$  a  $2 \times 10^4$ .

### 4.3 - Evolução do número de Nusselt global

Apresentam-se e discutem-se, em seguida, os resultados experimentais relativos à variação do número de Nusselt global, distinguindo os três regimes de convecção térmica: natural, mista e forçada. Inicialmente, em convecção natural, comparam-se os resultados do presente estudo com os referentes a um cubo imerso numa camada limite fina (Quintela, 1989), em termos de evolução do número de Nusselt com o número de Grashof. Em convecção mista, a comparação de valores é feita observando a variação do número de Nusselt com o parâmetro  $Re/\sqrt{Gr}$ , para as duas orientações extremas do cubo em relação ao escoamento de aproximação,  $\alpha=0^\circ$  e  $\alpha=45^\circ$ , envolvendo a utilização de uma velocidade de referência adequada, diferente de  $U_\infty$ , na definição do número de Reynolds. Finalmente, apresenta-se a evolução do número de Nusselt com esse número de Reynolds, integrando numa mesma representação gráfica a convecção forçada e a mista e incluindo ainda os valores no limite quando  $Re=0$ , correspondente à convecção natural. Estes resultados referem-se a diferentes valores do número de Grashof e às duas orientações angulares acima referidas.

O número de Nusselt global corresponde a um dos pontos de vista segundo o qual se pode analisar a convecção térmica a partir do cubo aquecido e a sua interação com o fluido envolvente, quer se trate de convecção natural, mista ou forçada. Constitui-se como um resultado final de todos os efeitos e interações entre faces contíguas ou não, em regra difíceis de interpretar fazendo, de certo modo, a síntese energética da interação dinâmica e térmica entre o cubo fonte de calor e o escoamento isotérmico de aproximação. É nesse sentido o elemento de maior utilidade no projecto térmico.

Embora a utilidade do número de Nusselt global termine, por definição, quando se pretende informação localizada, a especificidade da forma geométrica do cubo não diminui, contudo, a importância dum estudo em termos globais, pois verifica-se que continuam por esclarecer inúmeros aspectos ligados à interação de escoamentos com corpos aquecidos neles imersos a este nível. Os aspectos da variação local do número de Nusselt foram estudado por Quintela (1989), motivado em grande medida pela aplicação dos resultados ao cálculo de perdas de calor em edifícios, com ênfase na influência da orientação das fachadas, relativamente ao vento incidente. A montagem experimental do presente estudo não foi concebida a pensar neste tipo de análise, mas sim nos aspectos ligados à influência da estrutura da camada limite turbulenta na convecção térmica, globalmente considerada em torno do cubo.

### 4.3.1 - Convecção natural

No domínio da engenharia, os problemas que envolvem o estudo da transferência de calor em convecção natural, a partir de corpos aquecidos assentes em superfícies horizontais, são numerosos e diversificados. Abrangem situações aparentemente tão dispares como a procura de uma adequada dissipação do calor em pequenos componentes de sistemas electrónicos (Krauss et al., 1995) ou, num outro extremo, a avaliação das trocas convectivas em grandes edifícios, em regra norteadas por critérios de eficiência energética, mas cujo cálculo, baseado na regulamentação oficial, revela o quanto há ainda a investigar neste domínio.

A análise que se segue, dos resultados experimentais relativos à convecção natural, é um exemplo de como a singularidade geométrica do cubo não é tão importante quanto se pode pensar. Na verdade, constata-se que os diversos autores que se dedicam ao estudo da transferência de calor por convecção natural em corpos imersos têm chegado a correlações experimentais que apresentam grande semelhança entre si. Esta semelhança, aliada à natural preferência dos projectistas por relações simples e abrangentes, continua a estimular a procura de uma correlação universal aplicável à transferência de calor a partir de corpos imersos, com formas geométricas afins. A generalidade das correlações experimentais envolvendo prismas ou esferóides é do tipo  $Nu = a Ra^n$ , variando naturalmente as constantes  $a$  e  $n$  em conformidade com a forma geométrica e o regime de escoamento.

Um exemplo de simplicidade é a fórmula proposta por (Leinhard, 1973):

$$Nu \cong 0.52 \cdot Ra^{1/4} , \quad (4.3.1)$$

onde a dimensão característica, válida para ambos os parâmetros adimensionais, é a distância percorrida pelo fluido em torno do corpo. Concordemos que tamanha simplicidade é atractiva, mas, em contrapartida, ao pretender fixar a constante e o expoente para um sem número de situações, torna a fórmula imprecisa, podendo o erro chegar aos 30 %, segundo estudos de outros autores.

Uma outra correlação para corpos imersos, menos simples e que também pretende abranger uma grande diversidade de formas geométricas, tais como cubos, cilindros e

esferóides, é proposta por Yovanovich (1987), para todo o regime laminar, incluindo o limite mínimo de condução pura ( $Ra \rightarrow 0$ ):

$$Nu = Nu_0 + \frac{0.67 \cdot C \cdot Ra^{1/4}}{[1 + (0.492 / Pr)^{9/16}]^{4/9}}, \quad (4.3.2)$$

onde  $Nu_0$  é o valor do número de Nusselt para a situação limite de condução pura e  $C$  é um parâmetro que depende da geometria do corpo e da sua orientação no campo gravítico. Ambos são constantes e tabelados para cada geometria. A dimensão característica é a raiz quadrada de toda a área da superfície exposta à permuta térmica.

De entre as várias situações previstas na tabela associada à expressão (4.3.2), a mais parecida com o caso do presente estudo, é a de um cubo isolado na posição horizontal, imerso num fluido. Calculou-se o coeficiente médio de transferência de calor por convecção,  $h_c$ , obtido a partir da expressão (4.3.2), com o objectivo de comparar com o correspondente resultado experimental, para o cubo apoiado na superfície horizontal. O resultado da correlação não é muito diferente: 20% inferior, sendo um indicador de alguma analogia entre as duas situações.

Passe-se agora à análise de resultados experimentais relativos ao cubo, confrontando-os com aqueles que provêm de correlações empíricas válidas para configurações simples, como é o caso das placas verticais ou horizontais. A comparação é feita, como se disse, em termos de evolução do número de Nusselt com o número de Grashof. Para ter uma ideia aproximada da extensão do domínio de interesse, em termos de número de Grashof, exemplifique-se com dois casos extremos. Para um vulgar componente electrónico de um microcomputador, com uma dimensão característica de, por exemplo, 5 mm e sujeito a uma diferença de temperatura, entre a sua superfície e o ambiente, da ordem dos 50 °C ter-se-á um valor para o número de Grashof da ordem de  $10^3$ . Supondo agora um edifício com 20 m de altura (6 a 7 andares), com uma fachada sujeita a uma diferença de temperatura da ordem de 1 °C, o número de Grashof atingirá valores da ordem de  $10^{12}$ .

É neste espírito de abrangência que se apresenta a figura 4.2, que integra resultados experimentais de Quintela (1989), visando essencialmente dois objectivos:

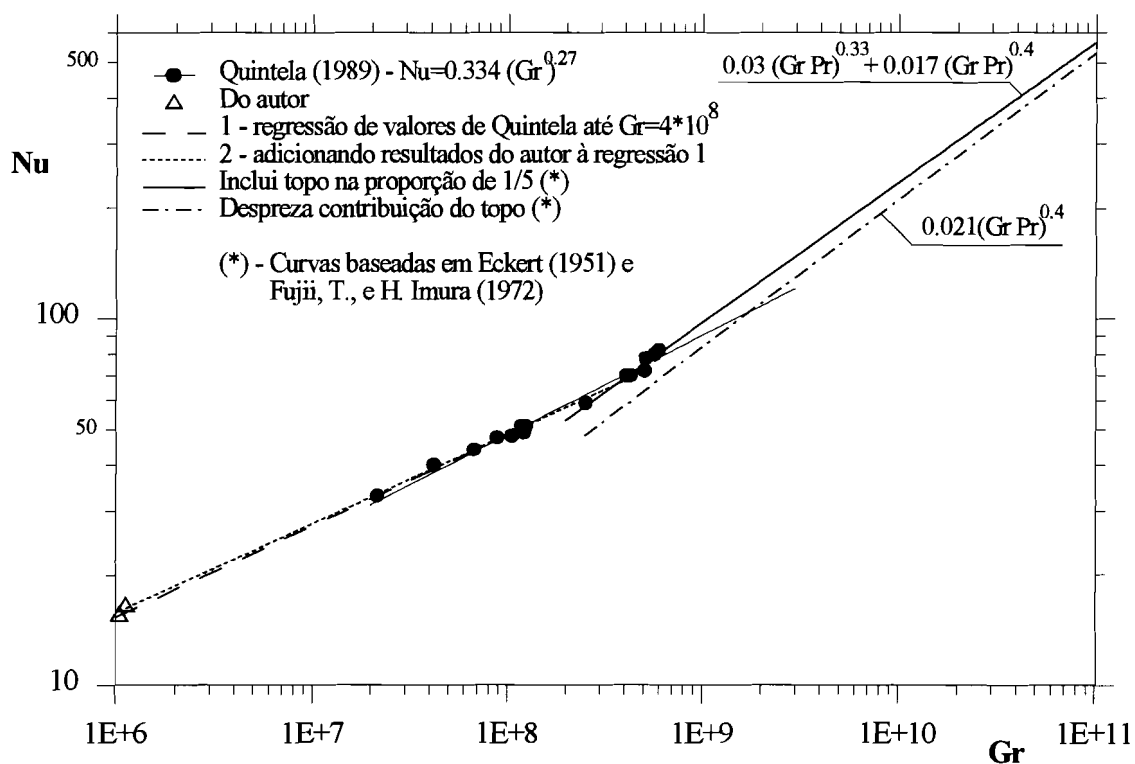
- alargar o domínio de validade da correlação experimental no sentido do regime laminar pela inclusão de resultados experimentais obtidos pelo autor para  $Gr \approx 10^6$ ;



com que contribuem para a transferência global de calor.

Esta confrontação de valores tem ainda o mérito de confirmar a validade da técnica experimental utilizada para estudar a transferência de calor a partir de um cubo aquecido, nos vários regimes de escoamento.

Os resultados experimentais do autor, incluídos no gráfico da figura referida, confirmam aquilo que o alinhamento dos restantes já indicavam: a correlação experimental terá um domínio de validade provavelmente mais extenso em regime laminar. Com efeito, a regressão 1 pondera apenas os valores experimentais de Quintela até  $Gr \approx 4 \times 10^8$  e é representada por  $Nu = 0.492 Gr^{0.249}$ . Incluindo os resultados experimentais do presente estudo, obtém-se a regressão 2, com  $Nu = 0.545 Gr^{0.244}$ . O afastamento dos valores é inferior a 2%, na gama de  $Gr$  estudada, certamente inferior à imprecisão de natureza experimental.



**Figura 4.2** - Evolução do número de Nusselt global em função do número de Grashof.

A evolução dos valores para  $Gr$  entre  $10^8$  e  $10^9$ , parece sugerir estar-se já numa região de transição para o regime turbulento. De facto, vários autores concluíram que a transição, em termos de  $Gr$ , ocorre nesse subdomínio. Por exemplo, para o ar em convecção natural sobre uma placa plana vertical, o número de Grashof crítico foi observado por Eckert e Soenhgen (1951) como sendo aproximadamente  $4 \times 10^8$ .

Embora se continuem a publicar trabalhos relativos a corpos completamente imersos, na mesma linha de Yovanovich (1987), alargando, por exemplo, o domínio estudado à região turbulenta, como é o caso de Hassani e Hollands (1989), aparentemente ainda não estão disponíveis resultados experimentais de convecção natural em regime turbulento relativos a qualquer forma prismática assente no solo.

Entretanto, cada um dos elementos simples que integram a superfície exterior do cubo: placa horizontal e placa vertical, já foram objecto de estudo aprofundado em regime turbulento ( $Gr > 10^9$ ). Eckert e Soenhgen (1951), Bayley (1955) e Churchill e Chu (1975) entre outros, estudaram a convecção natural em regime turbulento em placas planas verticais. Pera et Gebhart (1973) investigaram a mesma situação física mas com placas horizontais ou ligeiramente inclinadas e Fujii et Imura (1972) utilizaram placas com uma inclinação arbitrária.

Obviamente que, em termos de convecção térmica, o cubo em estudo não pode ser considerado como uma simples associação de quatro placas verticais e uma horizontal independentes e, além do mais, está assente no solo. Contudo, a interpretação dos resultados experimentais de Quintela vai no sentido da grande dependência do número de Nusselt global em relação à convecção natural nas suas 4 faces verticais. Se, à partida, não é de esperar que a face horizontal (topo) contribua com mais de 1/5 para o todo, os resultados experimentais de Quintela que distinguem o comportamento das faces verticais em relação à face horizontal permitem concluir que, na gama de valores de  $Gr$  estudada, a contribuição da face horizontal é apenas de aproximadamente 1/10. Tal não surpreende atendendo a que o topo está em contacto directo com as camadas livres de deslizamento aquecidas provenientes das faces verticais e não com o ar “fresco” envolvente.

Em regime laminar ou de transição, a exemplo do que se verificou no presente estudo, também em Quintela (1989) não se detectaram diferenças apreciáveis quando se compararam os valores do número de Nusselt global do seu cubo assente no solo com os valores relativos a cubos completamente imersos no fluido, que outros autores estudaram. O mesmo se passa quando aquele autor compara os valores do número de Nusselt relativos a cada face vertical do cubo com os de uma placa vertical isolada, denotando pouca influência do solo.

No pressuposto de que esta grande analogia persiste em regime turbulento, quiçá de forma ainda mais acentuada, incluem-se no gráfico da figura 4.2 duas rectas obtidas a partir de correlações experimentais válidas para placas verticais e horizontais isoladas e em regime turbulento: uma,

$$Nu = 0.03(Gr Pr)^{0.33} + 0.017(Gr Pr)^{0.4} , \quad (4.3.3)$$

faz intervir o topo na quantificação do número de Nusselt global, na mesma proporção com que contribui para a área total de permuta de calor por convecção (1/5) e outra,

$$Nu = 0.021(Gr Pr)^{0.4} , \quad (4.3.4)$$

despreza de todo a contribuição do topo para o número de Nusselt global, sendo neste caso o seu valor igual ao que se obtém para uma placa vertical, tomada isoladamente. De modo algo semelhante ao que se verificou em regime laminar, tudo indica que em regime turbulento o número de Nusselt global evoluirá entre estas duas situações. É interessante notar que os resultados experimentais de Quintela para os valores de Gr mais elevados são um bom indício de que assim se poderá perspectivar, não só pela sua localização relativamente às referidas curvas, mas também pela própria inclinação relativamente às mesmas.

A análise de resultados que se acaba de expor vai no sentido de comprovar a boa concordância entre os resultados globais relativos ao cubo e os relativos a superfícies planas isoladas. Face a isso, conclui-se ser razoável, em primeira aproximação, utilizar as correlações disponíveis para convecção natural turbulenta a partir de placas verticais e horizontais, tomadas isoladamente.

### 4.3.2 - Convecção mista

O regime de convecção mista, enquanto regime de transição, oferece maiores dificuldades de interpretação quando comparado com os regimes convectivos extremos. É um regime relativamente pouco estudado e ao qual é dada pouca atenção, mesmo em bibliografia especializada (Holman, 1997; Kreith, 1977; Bejan, 1993). A tal não será alheio a menor importância prática que se lhe atribui, mas também a dificuldade em o abordar, quer por via experimental, quer por via analítica, acabando sempre por ser visto como uma combinação dos processos convectivos “puros”, esses sim, já profusamente estudados.

Pese embora o elevado grau de complexidade inerente a qualquer dos processos, a verdade é que o estudo da convecção natural a partir dum cubo assente no solo beneficia de condições de simetria geométrica e térmica e conduz a relações relativamente simples do tipo  $Nu = f(Gr)$ . No outro extremo, não surpreende que os resultados se correlacionem entre si por relações do tipo  $Nu = f(Re)$ , pois as forças de impulsão térmica têm ali uma importância relativa desprezável.

Em convecção mista, o que há de comum em todas as faces do cubo é tão somente a área e a temperatura superficial. De resto, a diferente orientação de cada face relativamente ao escoamento de aproximação e as suas relações de vizinhança determinam comportamentos mais ou menos distintos que se reflectem, por exemplo, em andamentos diferentes do número de Nusselt local com o parâmetro adimensional característico da convecção mista,  $Re/\sqrt{Gr}$ , sugerindo que a própria transição local de regime convectivo não ocorre simultaneamente em todas as faces, dependendo da orientação específica de cada face relativamente ao escoamento (Quintela, 1989). Não obstante as diferenças apreciadas no comportamento térmico de cada face, a sua individualidade térmica ficará sempre aquém da respectiva individualidade geométrica. Só assim se compreende que a evolução do número de Nusselt global, que integra as contribuições de todas as faces, possa ser suficientemente caracterizada em termos de um único parâmetro,  $Re/\sqrt{Gr}$ .

No presente trabalho, pretendendo-se estudar com a maior abrangência possível a transferência de calor a partir do cubo aquecido imerso numa camada limite turbulenta, é forçoso que se dê importância ao regime de convecção mista, na medida em que este se integra naturalmente no âmbito do tema. Com efeito, e como se pode observar na figura 4.3, os resultados experimentais do presente estudo, em convecção mista, apesar de se referirem a um cubo imerso num escoamento caracterizado por maior intensidade de turbulência e perfis de velocidade média menos cheios que os de Quintela (1989), integram-se relativamente bem no conjunto dos resultados daquele autor, quando  $Re$  é definido a partir duma velocidade de referência tomada a 3/4 do topo do cubo.

Tomando como referência o valor do número de Nusselt em convecção natural, representa-se na figura a evolução do acréscimo relativo daquele parâmetro com  $Re/\sqrt{Gr}$ , para as duas orientações angulares extremas do cubo: 0° e 45°. Não obstante a dispersão verificada, pode-se concluir que, numa aproximação de primeira ordem, se trata de uma evolução linear, traduzida em ambos os casos por:

$$Nu = Nu^* \left[ 1 + a \left( \frac{Re}{\sqrt{Gr}} \right) \right], \quad (4.3.5)$$

sendo  $a$  um coeficiente empírico.

A correlação incluída na figura para  $\alpha = 0^\circ$  foi proposta por Quintela (1989). Para  $\alpha = 45^\circ$  a correlação foi obtida pelo autor a partir do conjunto dos seus resultados, ao qual se adicionou alguns resultados de Quintela, considerados representativos. O paralelismo das duas rectas indica que a perturbação introduzida pelo escoamento de aproximação na transferência de calor a partir do cubo é globalmente semelhante nos dois casos; o afastamento das rectas indica que, para  $\alpha = 45^\circ$ , essa perturbação é menos intensa do que para  $\alpha = 0^\circ$ .

Perante a dispersão exibida pelos resultados e com o intuito de preservar toda a informação transmitida pelo gráfico original, considerou-se preferível criar uma figura conjunta sobrepondo simplesmente os resultados do presente estudo na figura original, tendo utilizado para o efeito uma folha transparente. A figura 4.3 é o resultado da digitalização daquela figura conjunta, por intermédio de um *scanner*. Deste modo, menosprezando alguma perda de qualidade gráfica, obteve-se uma figura que tem o mérito de evidenciar a concordância entre os dois conjuntos de resultados, bem como o semelhante nível de dispersão, não obstante as diferenças assinaláveis entre as duas montagens experimentais e as condições do escoamento de aproximação.

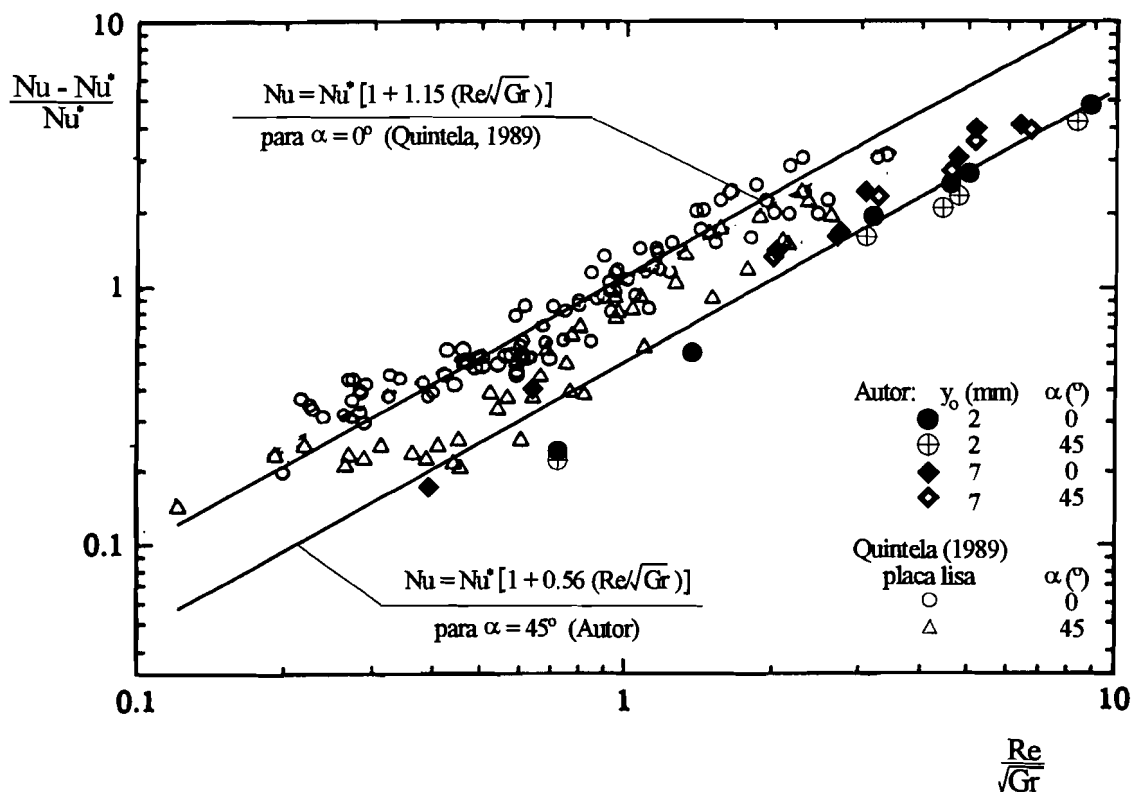


Figura 4.3 - Evolução do número de Nusselt em convecção mista.

Quanto à dispersão, a figura sugere alguns comentários. Por um lado, a variável dependente é referida a um eixo com escala logarítmica e não a um eixo com escala natural e por outro, a variável representada não é o número de Nusselt em termos absolutos, mas o seu incremento relativo, aumentando o erro de cálculo, especialmente quando o numerador tende para zero, correspondendo, aliás, a situações em que é mais difícil medir. Assim sendo, o posicionamento dos pontos experimentais no gráfico é mais sensível à imprecisão do cálculo, sobretudo na parte esquerda onde, por coincidência, a dispersão aparenta ser mais elevada. Em abono do que foi dito, o autor verificou que basta adicionar a parcela de perdas por radiação e condução (sempre diminutas, mas sempre estimadas) para que os valores se alterem significativamente. De certo modo, à partida, esta representação gráfica dá ênfase às diferenças, exigindo maior cuidado ao interpretar os fundamentos da dispersão verificada.

Posto isto, pode-se concluir que os dois conjuntos de valores experimentais são no essencial concordantes, reforçando a convicção de que em camadas limites turbulentas espessas, onde a componente vertical do gradiente de velocidade é importante, a velocidade representativa da interação do escoamento com o corpo, que integra o número de Reynolds, não é a velocidade do escoamento livre mas sim uma velocidade de referência tomada a um nível de algum modo abaixo do topo do corpo que, no presente caso, é a  $3/4$  do topo do cubo. Quanto à influência da orientação angular do cubo, os resultados do autor revelam uma fraca sensibilidade em convecção mista. A elevada intensidade de turbulência ao nível do cubo (vd. fig. 3.6) justificará em grande parte a atenuação de efeito da incidência angular quando se comparam os presentes resultados com os de Quintela. Tudo se passa como se o cubo quase não reconhecesse a direcção preferencial do escoamento de aproximação, uma vez que as medições do campo de velocidades indicam um desvio padrão das flutuações da mesma ordem de grandeza do valor médio.

### 4.3.3 - Convecção forçada

Na figura 4.4 representam-se resultados experimentais relativos ao número de Nusselt médio, como função do número de Reynolds, para vários valores do número de Grashof. A figura é composta por dois gráficos correspondentes às duas orientações angulares extremas do cubo relativamente ao escoamento:  $\alpha=0^\circ$  e  $\alpha=45^\circ$ . Abrangendo convecção mista e convecção forçada, os resultados do autor são confrontados com os de Quintela (1989), obtidos com uma montagem experimental e condições térmicas diferentes. Incluem-se ainda os resultados deduzidos a partir de um estudo de transferência

de massa (Natarajan e Chyu, 1994) e também uma correlação experimental que procura traduzir a dependência funcional do número de Nusselt em relação a  $Re$  e  $Gr$ , abrangendo todos os regimes convectivos estudados que vão desde a convecção livre à forçada. Numa primeira apreciação global, pode-se afirmar desde logo que a boa concordância evidenciada pelo gráfico valida a montagem experimental utilizada.

O número de Nusselt foi definido do modo habitual mas o número de Reynolds, que normalmente toma como velocidade de referência  $U_{\infty}$ , como é o caso dos estudos acima referidos, foi aqui definido tomando como velocidade de referência o valor da velocidade a uma cota ligeiramente inferior à do topo do cubo ( $y = 0.75 D$ ).

Isto justifica-se porque no presente estudo se lida com camadas limites muito espessas ( $\delta \approx 8D$ ), encontrando-se o elemento fonte de calor sistematicamente imerso na subcamada limite interior, onde o gradiente de velocidade é acentuado. Com efeito, tomar como velocidade de referência na definição do número de Reynolds o valor da velocidade a 3/4 da altura do topo do cubo provou ser válido como tal quando se trata da interação da camada limite com o corpo aquecido assente na superfície. A este propósito, é importante salientar que tal cota corresponde aproximadamente ao nível onde ocorre o ponto de estagnação.

Entretanto, relativamente aos outros trabalhos, é praticamente indiferente usar um ou outro dos valores referidos pois, tratando-se de camadas limites finas, os dois valores são praticamente iguais. Nos gráficos da figura em análise, todos os resultados experimentais do presente estudo exibem uma razoável concordância com os dos outros autores, em todos os regimes estudados, a partir do momento em que se define  $Re$  como atrás referido.

Em cada gráfico da figura, incluem-se como referência junto à escala das ordenadas, os valores dos números de Nusselt para a situação limite de convecção natural, calculados em conformidade com o exposto em 4.3.1, e correspondentes a cada número de Grashof. Refira-se que os resultados do autor correspondem a valores do número de Grashof significativamente mais baixos que os de Quintela (1989), reflectindo as limitações da montagem experimental que se utilizou, a qual impunha um limite superior de temperatura da ordem dos 150 °C, pelas razões referidas anteriormente. Os resultados obtidos por Quintela correspondem a números de Grashof significativamente mais elevados não tanto por aquele autor ter utilizado temperaturas mais elevadas, mas sobretudo por ter recorrido a modelos com maior dimensão característica, cuja terceira potência influencia obviamente muito mais os valores do número de Grashof.

Os gráficos revelam claramente a existência de duas tendências assintóticas. Para os mais baixos números de Reynolds, correspondentes à aproximação do regime de convecção natural, os resultados indiciam uma aproximação assintótica no sentido dos valores de referência baseados na correlação empírica decorrente do exposto em 4.3.1:

$$\overline{Nu} = 0.36 \cdot Gr^{0.27} \cdot Pr^{1/3}. \quad (4.3.6)$$

No outro extremo, quando caminhamos para a convecção forçada, o efeito das forças de impulsão térmica é gradualmente atenuado pela acção das correntes de convecção forçada e a tendência assintótica, com dependência exclusiva do número de Reynolds, é evidente na figura.

Com base nesta constatação, propõe-se uma correlação empírica constituída por dois termos aditivos que, quando tomados isoladamente, interpretam bem cada um dos comportamentos assintóticos extremos e quando adicionadas correlacionam *grossa modo* todos os resultados em todas as situações estudadas:

$$\overline{Nu} = 0.36 \cdot Gr^{0.27} \cdot Pr^{1/3} + 0.037 \cdot Re^{4/5} \cdot Pr^{1/3}. \quad (4.3.7)$$

O primeiro termo corresponde a (4.3.6) e o segundo é válido para escoamento turbulento paralelo a superfícies planas (Incropera e DeWitt, 1996):

$$\overline{Nu} = 0.037 \cdot Re^{4/5} \cdot Pr^{1/3}. \quad (4.3.8)$$

Quando em convecção mista, e para ambas as direcções do escoamento incidente, os resultados experimentais mostram que a influência do número de Reynolds é tanto mais tardia quanto maior o número de Grashof. De facto, fixando o número de Reynolds, a importância relativa das forças de impulsão térmica face às forças de inércia cresce com o número de Grashof justificando tal comportamento. Este encontra-se, aliás, também reflectido na expressão analítica composta que constitui a correlação empírica abrangente (4.3.7).

Por outro lado, quanto à dependência do número de Nusselt com a orientação angular do cubo, os resultados obtidos revelam uma mais fraca dependência quando comparados com os dos outros autores. O mesmo já se tinha verificado previamente em relação ao coeficiente de resistência do cubo (Borges e Carvalho, 1994) e em relação ao regime de convecção mista, abordado em 4.3.2. A justificação para tal insensibilidade à orientação angular será a mesma em todos os casos: a elevada intensidade de turbulência que se verifica no nível em que se encontra inserido o cubo. O cubo parece “ignorar” a direcção do escoamento, o que justificará também a tão boa aderência dos resultados a uma correlação empírica válida para uma geometria tão simples como uma superfície plana,



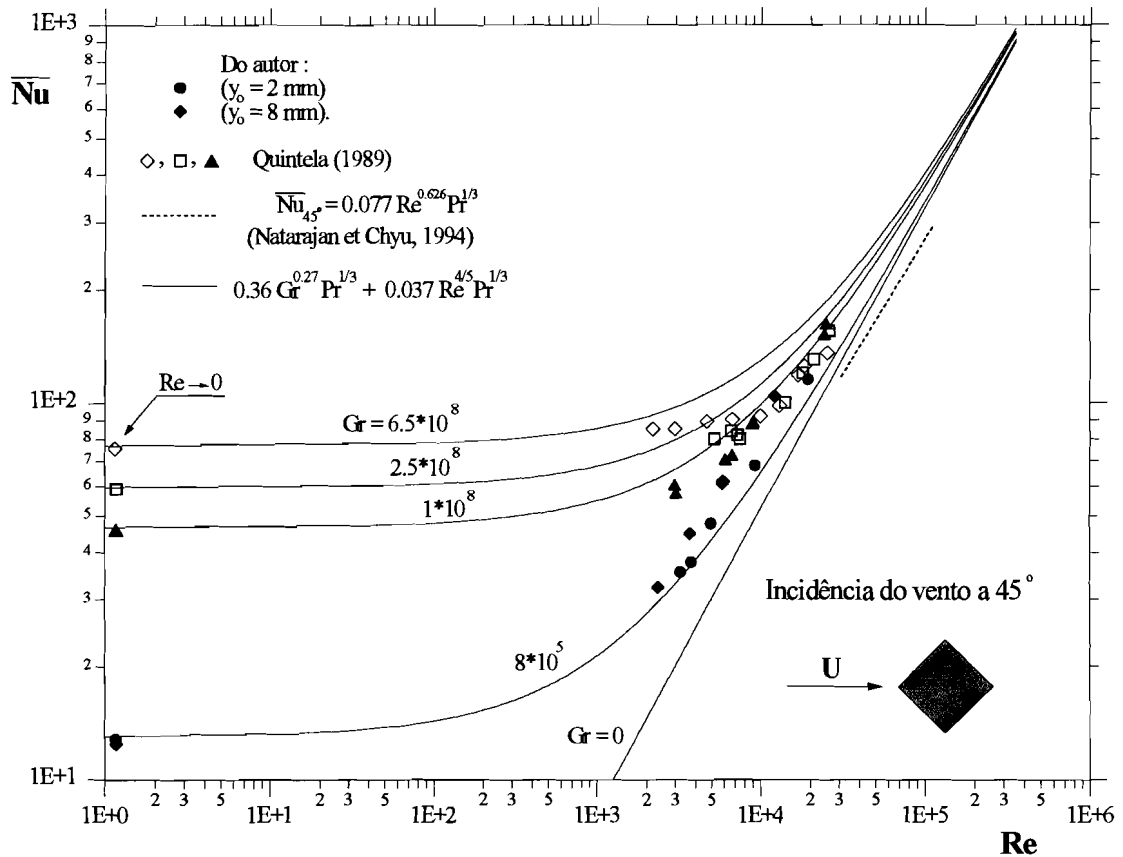
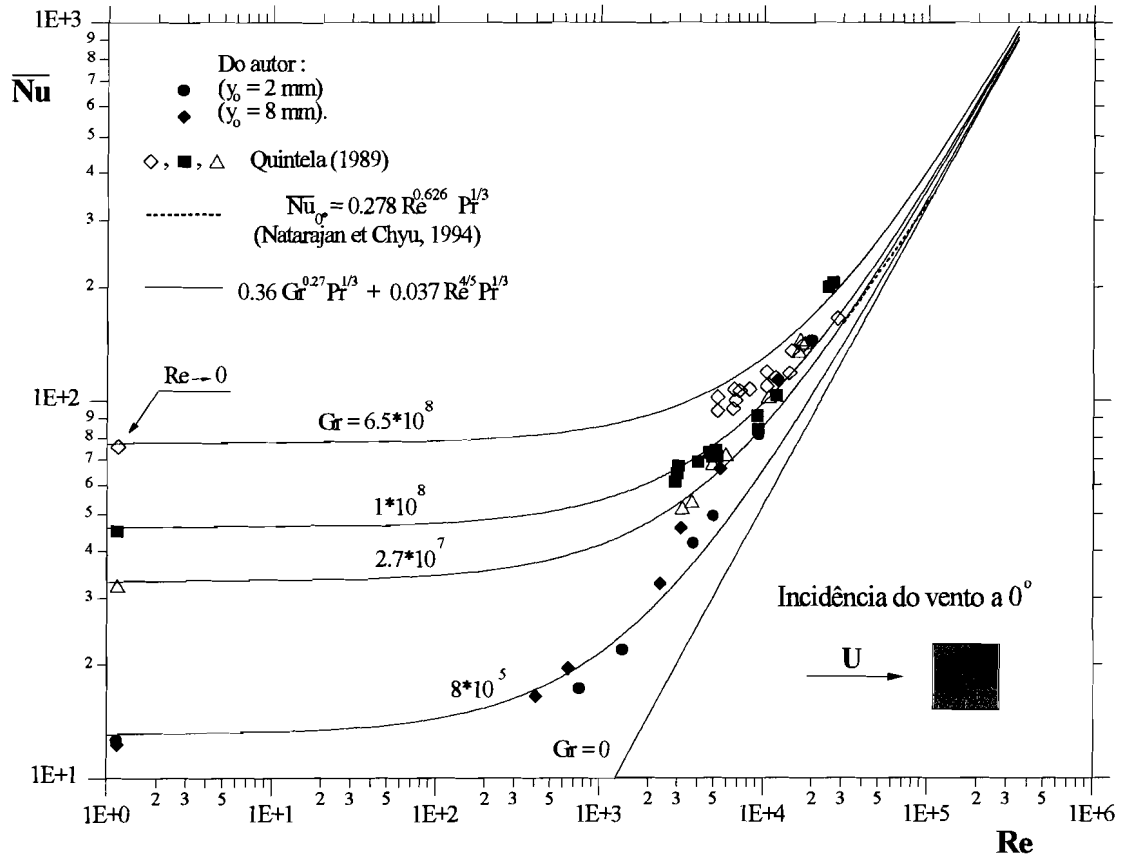


Figura 4.4 - Dependência do número de Nusselt com  $Re$  e  $Gr$ .

traduzida pela expressão (4.3.8). De certo modo, as cinco faces do cubo, apesar de constituírem uma geometria tridimensional, funcionam como se integrassem uma única superfície plana paralela ao escoamento. Os outros autores referem escoamentos de aproximação aos seus modelos, caracterizados por baixa intensidade de turbulência e, portanto, aí as alterações na estrutura do escoamento separado na vizinhança imediata do cubo são mais evidentes quando se faz variar a orientação do modelo em relação ao escoamento, com consequências inevitáveis na convecção térmica.

Em relação à influência da rugosidade, os resultados referem-se às duas rugosidades extremas utilizadas. Para determinado valor do número de Reynolds, isto é, para um certo valor da velocidade em  $y = 0.75 D$ , os resultados indicam sistematicamente um número de Nusselt mais elevado na situação de rugosidade máxima. Embora pouco expressiva, há uma influência positiva da rugosidade na transferência de calor, certamente associada à maior difusão térmica proporcionada pelo mais elevado nível de turbulência que vigora em torno do cubo.

A figura exhibe uma considerável lacuna de valores para baixos números de Reynolds, traduzindo tão somente a enorme dificuldade em obter resultados experimentais para velocidades muito baixas. De facto, abaixo de 0.5 m/s torna-se muito difícil medir o campo de velocidades com anemometria de fio quente. Além do mais, no presente estudo, o escoamento de aproximação ao cubo é caracterizado por perfis de velocidade tipicamente pouco cheios. Por exemplo, para 0.5 m/s no escoamento livre tem-se cerca de metade daquele valor de velocidade ao nível do topo do cubo, o que corresponde aos limites de utilização das sondas de fio quente. Felizmente, no gráfico em análise, esta limitação não compromete as conclusões a tirar quanto à evolução do número de Nusselt para baixos números de Reynolds. De facto, observa-se que os valores do número de Nusselt para os mais baixos números de Reynolds estudados são tão próximos dos valores de referência que é dispensável continuar a diminuir a velocidade do escoamento de aproximação. Isto é, abaixo daqueles valores do número de Reynolds, todo o processo de remoção do calor na vizinhança imediata do cubo é comandado pelas correntes ascendentes de convecção natural, praticamente não dependendo daquele parâmetro adimensional. A influência do escoamento de aproximação far-se-á sentir apenas na maior ou menor inclinação da pluma térmica.

É interessante verificar que, quando em convecção forçada, os resultados do estudo da transferência de calor concordam razoavelmente bem com os de Natarajan e Chyu (1994), deduzidos por analogia entre transferência de massa e de calor e baseados num estudo de transferência de massa a partir de um cubo sujeito a um escoamento com características bem diferentes das do presente estudo: uma camada limite turbulenta fina ( $\delta < D$ ) e com baixa intensidade de turbulência.

#### **4.4 - Considerações gerais sobre o estudo das plumas térmicas.**

O estudo experimental da interação de uma camada limite turbulenta com um cubo aquecido assente no solo abrange também as plumas térmicas, mais ou menos inclinadas, geradas por efeito das forças de impulsão. Naturalmente, o primeiro passo nesse sentido consiste no levantamento dos campos de temperatura e de velocidade.

Utilizando equipamento termométrico adequado, efectuaram-se medições do campo de temperaturas, consideradas suficientes para uma análise cuidada. Infelizmente, o mesmo não se pode dizer quanto ao campo de velocidades, pois apenas foi possível recorrer a equipamento de anemometria para escoamentos anisotérmicos, com baixa resolução espacial, como referido no capítulo 2. Ainda assim pôde-se estimar a ordem de grandeza das velocidades envolvidas.

No presente estudo procedeu-se a uma série de ensaios em convecção natural e em convecção mista, recorrendo a um pente de termopares, no primeiro caso, e a uma sonda termométrica, de corrente constante, no segundo. As leituras foram efectuadas varrendo diversos planos em posições gradualmente mais afastadas do cubo aquecido: planos horizontais no caso de convecção natural e verticais (normais à direcção longitudinal) quando em regime de convecção mista.

Elaboraram-se em seguida perfis transversais de temperatura que, uma vez convenientemente associados em representação gráfica, permitiram desde logo uma apreciação qualitativa das respectivas plumas. Entretanto, tal como numerosos autores têm constatado experimentalmente em situações físicas semelhantes, também neste caso, exceptuando a região próxima do cubo, estes gráficos indiciavam que os perfis não só viriam a ser bem aproximados por leis de distribuição gaussiana, como também manifestavam grande semelhança entre si.

Com o objectivo de estudar mais em pormenor a evolução das plumas térmicas, comparando os resultados experimentais com modelos teóricos disponíveis, recorreu-se precisamente a um modelo de distribuição gaussiana, tendo em vista a melhor interpolação dos valores relativos a cada perfil transversal de temperatura. Com este tratamento matemático, apoiado no método dos mínimos quadrados, definiu-se, para cada secção transversal, um valor para a temperatura no eixo da pluma e um valor para a dimensão

transversal da mesma, tornando possível avaliar em seguida a respectiva evolução com a distância à fonte.

Em princípio, para descrever os transportes convectivo e difusivo de grandezas vectoriais ou escalares em jactos e plumas, poder-se-á recorrer a teorias da difusão turbulenta que se agrupam em duas categorias, segundo o método analítico adoptado: as teorias *dedutivas* e as teorias *indutivas* (Hinze, 1975; Schlichting, 1968).

As teorias clássicas avançadas por Prandtl, Taylor, Boussinesq e von Kármán correspondem ao método *dedutivo*. Partindo de hipóteses relativas aos mecanismos da turbulência, como seja a hipótese do comprimento de mistura, de Prandtl, ou o conceito de difusão gradiente, de Boussinesq, com a ajuda das equações do movimento e da continuidade e assumindo condições de semelhança, de von Kármán, estes autores *deduziram* expressões da distribuição de grandezas como a velocidade ou a temperatura. As soluções, mais ou menos complicadas, são *a posteriori* comparadas com os resultados experimentais revelando-se, por vezes, uma boa descrição dos fenómenos reais. No entanto, para além da complexidade, a sua grande limitação resulta de ser muito difícil determinar *a priori* qual das hipóteses alternativas se ajusta melhor à realidade física.

Em alternativa, o método *indutivo*, proposto por H. Reichardt, caminha na direcção oposta. Em vez de ter avançado com hipóteses modelando de algum modo a turbulência, aquele autor partiu de um conjunto volumoso de resultados experimentais e fazendo uma análise crítica aos mesmos, descobriu que, em jactos e plumas, os perfis, quer de velocidade, quer de temperatura ou outro escalar, eram muito bem aproximados pela função de erro de Gauss. Partindo dessa premissa, tentou abranger o maior número de situações de escoamentos livres turbulentos apenas com um conjunto simples de fórmulas, baseadas numa mesma equação diferencial que descreve a distribuição de velocidade (a componente longitudinal de quantidade de movimento) em escoamentos turbulentos livres e bidimensionais:

$$\frac{\partial \overline{U^2}}{\partial x} = \Lambda(x) \frac{\partial^2 \overline{U^2}}{\partial y^2}. \quad (4.4.1)$$

Aqui  $\Lambda(x)$  tem a dimensão de um comprimento e requer determinação experimental. Se pudermos assumir  $\Lambda = \text{constante}$ , a equação (4.4.1) é idêntica à da condução unidimensional de calor em regime transitório, desde que  $x$  signifique tempo e  $y$  seja a única coordenada espacial. Da teoria da condução de calor, sabe-se que este problema pode ser resolvido pela técnica da transformada de Laplace, conduzindo a solução à função erro de Gauss. Por os perfis estudados por Reichardt terem sido tão bem aproximados por distribuições gaussianas, este autor *induziu* que a equação diferencial que governa a

distribuição de velocidade e aquela que rege a condução de calor devem ser análogas. Refira-se entretanto que no contexto das teorias *dedutivas* da turbulência, embora apenas em determinadas condições particulares, a distribuição gaussiana também constitui uma solução analítica de equações diferenciais da difusão. Enfim, a teoria de Reichardt não beneficia de uma fundamentação teórica muito profunda, pois não procura avançar na interpretação dos mecanismos da turbulência, mas tem o mérito de ser um modelo empírico relativamente simples e abrangente que conduz a soluções que concordam bem com os resultados experimentais.

Ora, no presente estudo, o recurso ao modelo de distribuição gaussiana com vista à interpolação dos valores experimentais, conduziu sistematicamente a coeficientes de correlação elevados, reforçando o que acaba de ser dito quanto à aplicabilidade do modelo a plumas térmicas.

Comece-se por analisar as plumas térmicas verticais, na condição de convecção natural, e em seguida as plumas térmicas inclinadas, no regime de convecção mista.

## 4.5 - Pluma vertical

No contexto do presente trabalho o estudo da convecção natural a partir de um cubo aquecido não constitui um fim em si mesmo, mas a necessidade de proceder a medições do campo de temperaturas, com vista ao estudo da esteira aquecida no regime de convecção mista, suscitou o interesse por aquela situação física limite, correspondente à ausência de escoamento de aproximação. Sendo a convecção natural o limite para que tende a convecção mista quando  $Re/\sqrt{Gr}$  tende para zero, os respectivos resultados experimentais constituem uma referência a ter em conta, quer no estudo da evolução do número de Nusselt, quer no estudo das plumas térmicas.

A técnica de medida utilizada foi aferida por comparação dos resultados com os de Quintela (1989), uma vez que a situação física e a montagem experimental eram semelhantes. Foi assim possível comparar resultados já existentes relativos a um cubo isolado assente numa superfície lisa com os novos resultados provenientes da convecção natural a partir de um cubo enquanto elemento de rugosidade, mas obviamente aquecido.

Os primeiros resultados do autor relativos à distribuição de temperatura na pluma térmica em convecção natural, obtidos com uma única sonda de corrente constante, afastavam-se claramente dos obtidos por Quintela. Analisada esta discrepância, chegou-se à conclusão de que as características peculiares da pluma térmica vertical teriam estado na origem

desse afastamento acentuado de valores, nomeadamente o seu movimento serpenteante (*meandering*), enquanto pluma laminar ou em transição para turbulenta. Mais concretamente, trata-se da trajectória sinuosa e oscilante descrita pelo escoamento no seu movimento ascendente, à imagem do que se passa com o fumo do cigarro numa atmosfera em repouso.

Com efeito, este fenómeno não foi tido em conta quando, inicialmente, se pretendeu medir os perfis de temperatura média em vários planos horizontais acima da fonte de calor, recorrendo ao atravessamento com uma única sonda. Sendo as baixas frequências predominantes no desenvolvimento da pluma, a sonda utilizada, embora apta para adquirir com elevada frequência valores instantâneos da temperatura, era mantida em cada posição durante longos períodos de tempo, adquirindo em baixa frequência os valores instantâneos para posterior cálculo do valor médio. Afinal, decorrente da oscilação da pluma, acabava por se encontrar não os verdadeiros valores médios que constituem os sucessivos perfis gaussianos que se pretendia medir, mas simplesmente valores atenuados das temperaturas médias procuradas.

Não sendo viável a utilização de um pente de sondas de corrente constante, desde logo por motivos económicos, considerou-se inevitável o recurso a um pente de sondas de termopar que permitisse medir simultaneamente todas as temperaturas médias que integram cada perfil gaussiano, corrigindo *a posteriori* o efeito da oscilação do eixo da pluma. A existência de um sistema de aquisição e conversão analógico/digital dos sinais do pente de termopares no laboratório de Transmissão de Calor da Universidade de Coimbra e a disponibilidade do seu responsável, levaram à realização de um conjunto de ensaios naquela universidade, com vista ao estudo da pluma térmica vertical. Verificou-se então que os resultados assim obtidos comparavam bem com os que Quintela tinha obtido anteriormente, para a mesma situação do cubo isolado sobre uma superfície lisa.

Na sequência daqueles ensaios, aproveitou-se a oportunidade para proceder a medições com o cubo aquecido agora não isolado, mas sim integrado na matriz de rugosidade, que é constituída, como se sabe, por cubos com as mesmas dimensões do cubo aquecido e distribuídos em quiquêncio. Nesta situação e para o mesmo valor do número de Grashof, logo ao executar as medições do campo de temperaturas na pluma vertical, constatou-se, algo surpreendentemente, uma diferença qualitativa importante: o movimento oscilante da pluma havia praticamente desaparecido, sendo a trajectória ascendente da pluma quase rectilínea e, naturalmente, vertical.

A complexidade inerente à anisotermia do escoamento em convecção livre, a presença incontornável do *meandering*, a enorme dificuldade em evitar a mínima perturbação neste tipo de escoamento de baixa velocidade e também a dependência em equipamento de

medida compatível, são factores que tornaram a obtenção de resultados experimentais credíveis, uma tarefa particularmente árdua e morosa. Todavia, tal não impediu que se conseguisse obter um conjunto de resultados experimentais que se julgam dignos de atenção, em particular no que se refere à comparação dos resultados relativos ao cubo aquecido integrado numa superfície muito rugosa, com os da mesma fonte de calor assente sobre uma superfície lisa.

Antecedendo a análise dos resultados experimentais referentes às plumas térmicas em convecção natural, faz-se em seguida uma breve referência ao que de essencial importa reter dos modelos teóricos aplicáveis, com o objectivo de mais facilmente comparar os resultados do presente estudo com os restantes já existentes, alargando de algum modo o domínio de situações já estudadas.

#### **4.5.1 - Fundamentos teóricos**

Uma pluma térmica vertical gerada a partir de um cubo aquecido assente numa superfície plana e horizontal, ao evoluir num meio envolvente em repouso e isotérmico, onde se pode considerar  $p=c.^{te}$ , passa por três fases qualitativamente distintas, cujas fronteiras são, em regra, difíceis de localizar.

Numa primeira fase, ao contornar o cubo, o escoamento tende a convergir, realinhando-se segundo o eixo vertical de simetria do corpo, definindo-se a partir de então uma esteira livre laminar que conserva impressas, ao longo de alguma distância, as características geométricas da fonte tridimensional que é o cubo. Mais ou menos rapidamente, os mecanismos de difusão fazem com que o escoamento gradualmente “ignore” as condições iniciais. Começa então a esboçar-se uma segunda fase: uma esteira laminar com características cada vez mais próximas das de uma pluma pura axissimétrica com origem virtual num ponto, para a qual já é possível definir um modelo analítico. Acontece que a transição do regime laminar a turbulento ocorre geralmente em regiões não muito afastadas da fonte de calor, sendo então questionável se a esteira laminar tem tempo suficiente para se desenvolver antes que ocorra a transição para a terceira fase: a de pluma turbulenta; se assim não for, haverá uma dificuldade acrescida em definir a origem virtual da pluma pura laminar. A terceira e última fase apresenta características comuns a outros escoamentos livres turbulentos, como os jactos e as esteiras, sendo mais facilmente sujeitável a um estudo teórico.

Para a região laminar de uma pluma térmica com origem numa fonte pontual, a resolução das equações diferenciais a que se associam condições de fronteira em função de variáveis adimensionais, traduz-se em expressões que permitem o cálculo dos valores máximos (no eixo) da velocidade,  $V_0$ , e da diferença de temperatura,  $\theta_0$ , e que são:

$$V_0 = a_1 \left( \frac{g\beta q}{2\pi\mu C_p} \right)^{1/2} \quad (4.5.1)$$

e

$$\theta_0 = a_2 \frac{q}{2\pi\mu C_p} y^{-1} . \quad (4.5.2)$$

Nestas expressões,  $q$  é o fluxo de calor retirado pelo fluido à fonte de calor e  $a_1$  e  $a_2$  são coeficientes que dependem do fluido considerado. Importa reter a constância de  $V_0$  com  $y$  e o decaimento de  $\theta_0$  na razão inversa de  $y$ .

É escasso o número de trabalhos existentes sobre esteiras laminares e o pouco que há não vai ao encontro do modelo subjacente às expressões (4.5.1) e (4.5.2). Quintela (1989) refere um trabalho de Jaluria et Gebhart, publicado em 1975, referente a uma calote hemisférica imersa em água. As medições do campo de velocidades, efectuadas na esteira da calote, contradizem a evolução prevista pelo modelo, aumentando a velocidade com  $y$  e diminuindo com  $q$ , sendo, entretanto, os valores absolutos da mesma muito inferiores aos teoricamente previstos.

Também Quintela, ao analisar a dissemelhança dos perfis de temperatura na esteira laminar sobre o cubo, evidencia a dificuldade em aceitar soluções afins naquela região do escoamento. Refira-se que no presente estudo se efectuaram algumas medições do campo de velocidades no eixo da pluma e os valores obtidos são também muito inferiores aos previstos pelo modelo. Tudo isto reforça a convicção de que a esteira laminar provavelmente não chega a ter oportunidade de se desenvolver plenamente enquanto pluma axissimétrica em regime laminar.

Quanto à região turbulenta, os resultados das observações experimentais dos diversos autores, incluindo resultados do presente estudo, apontam para a semelhança dos perfis transversais das grandezas médias, como a velocidade e a temperatura, a diferentes distâncias da origem. A hipótese de afinidade que daqui decorre, também designada por hipótese de auto-preservação, segundo a qual se considera que a estrutura da turbulência é preservada à medida que a região turbulenta se desenvolve, suscita a procura de soluções



afins para os campos de temperaturas e velocidades do tipo  $f(r/b)$ , com  $b \propto y$ . Para o efeito, a abordagem teórica do problema tem sido feita segundo um ou outro dos dois métodos mais utilizados: o método diferencial e o método integral.

O primeiro deles associa às equações diferenciais de conservação, modelos de turbulência que ligam os termos turbulentos às propriedades médias do escoamento para obviar às dificuldades matemáticas acrescidas. As soluções analíticas decorrem naturalmente da selecção de condições de fronteira adequadas ao problema. Corresponde ao *método dedutivo* já anteriormente referido. O segundo método integra as mesmas equações de conservação a secções normais à direcção principal do escoamento, admitindo conhecidos *a priori* os perfis transversais de velocidade e temperatura e dispensando, deste modo, o recurso aos modelos da turbulência. Este método tem maior afinidade com o *método indutivo* de Reichardt.

Um exemplo da aplicação do primeiro método é exposto em Tennekes et Lumley (1972). Através da adimensionalização e simplificação das equações diferenciais válidas para o escoamento turbulento em plumas axissimétricas e no pressuposto de validade da hipótese de afinidade, obtêm-se relações de proporcionalidade entre os parâmetros característicos da pluma e a distância à origem virtual:

$$b \sim y, \quad V_0 \sim y^{-1/3} \quad \text{e} \quad \theta_0 \sim y^{-5/3}, \quad (4.5.3)$$

onde a primeira relação linear relativa à largura da pluma,  $b$ , fixa matematicamente as restantes e corresponde a uma observação experimental generalizada.

Ilustrando a aplicabilidade deste modelo analítico, Quintela (1989) salienta o trabalho experimental de Rouse et al. (1952), tido como uma importante referência, em que os resultados das medições são bem representados pelas distribuições gaussianas:

$$V = 4.7 \cdot F_0^{1/3} \cdot y^{-1/3} \cdot e^{\left(-96 \frac{r^2}{y^2}\right)} \quad (4.5.4)$$

e

$$g \frac{T - T_\infty}{T_\infty} = 11 \cdot F_0^{2/3} \cdot y^{-5/3} \cdot e^{\left(-71 \frac{r^2}{y^2}\right)}. \quad (4.5.5)$$

O parâmetro  $F_0$ , com as dimensões  $[l^4 t^{-3}]$ , caracteriza a intensidade da fonte de calor, e designa-se por fluxo de impulsão gravítica. A sua expressão é:

$$F_0 = \frac{gq}{\rho_\infty c_p T_\infty} . \quad (4.5.6)$$

Este parâmetro intervém também na definição de um número de Reynolds,

$$Re = \frac{y \cdot F_0^{1/2}}{v^{3/2}} , \quad (4.5.7)$$

que Rouse et al. (1952) recomendam se utilize para localizar a transição de laminar a turbulenta, a qual, segundo estes autores, acontece quando  $Re = Re_{cr} \approx 10^5$ .

Ao utilizar a expressão (4.5.7) no presente estudo, encontram-se valores para  $y_{cr}$  da ordem de  $6D$  o que está de acordo com a experiência daqueles autores que afirmam ocorrer a transição sempre a pequena distância da fonte de calor.

A abordagem teórica do problema da pluma turbulenta axissimétrica pelo método integral passa pelo recurso à chamada hipótese de arrastamento. Com efeito, ao integrar em ordem a  $r$  as equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia numa secção transversal definida por um plano horizontal,  $y = c^{te}$ , a resolução dos integrais das equações de conservação da quantidade de movimento e da energia fica dependente do conhecimento da variação das incógnitas  $V$  e  $\theta$  com a direcção de integração. Esta questão é ultrapassada assumindo conhecidos os perfis destas grandezas, normalmente sob a forma de distribuições gaussianas, mas persiste uma dificuldade no integral da equação da continuidade que liga a variação do caudal segundo a vertical com o caudal segundo a direcção radial nos seguintes termos:

$$\frac{d}{dy} \int_0^\infty V r dr = -(rU)_\infty . \quad (4.5.8)$$

É necessário estabelecer uma relação entre a componente ascendente da velocidade,  $V$ , e velocidade radial de arrastamento do fluido ambiente para o interior da pluma,  $U$  (figura 4.5).

Considerando a secção transversal da pluma delimitada por um círculo de raio  $b$ , a partir das relações de proporcionalidade (4.5.3), deduz-se facilmente que o caudal ascendente aumenta com  $y^{5/3}$  e que a velocidade  $U$ , com que o fluido

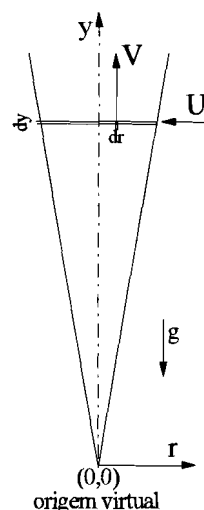


Figura 4.5- Pluma vertical.  
Modelo analítico

ambiente é admitido na pluma através do círculo referido, varia com  $y^{-1/3}$ . Assim sendo e ainda de acordo com (4.5.3),  $U$  será proporcional a  $V$ . Esta conclusão consubstancia a hipótese de arrastamento e é consistente com a ilustração do mecanismo de formação dos turbilhões na periferia da pluma (Bejan, 1995), em que se compara a rotação do turbilhões com a de uma roda de bicicleta que percorresse uma pista na fronteira da pluma, trazendo fluido ambiente para o interior da pluma com uma velocidade proporcional à sua velocidade periférica.

Assumindo para  $V$  um perfil gaussiano:

$$V = V_0 \cdot e^{\left[-\left(\frac{r}{b}\right)^2\right]}, \quad (4.5.9)$$

a equação (4.5.8) reduz-se a

$$\frac{d}{dy}(V_0 b^2) = -2(rU)_\infty. \quad (4.5.10)$$

De acordo com a relação  $b \sim y$  e com (4.5.10), pode-se escrever:

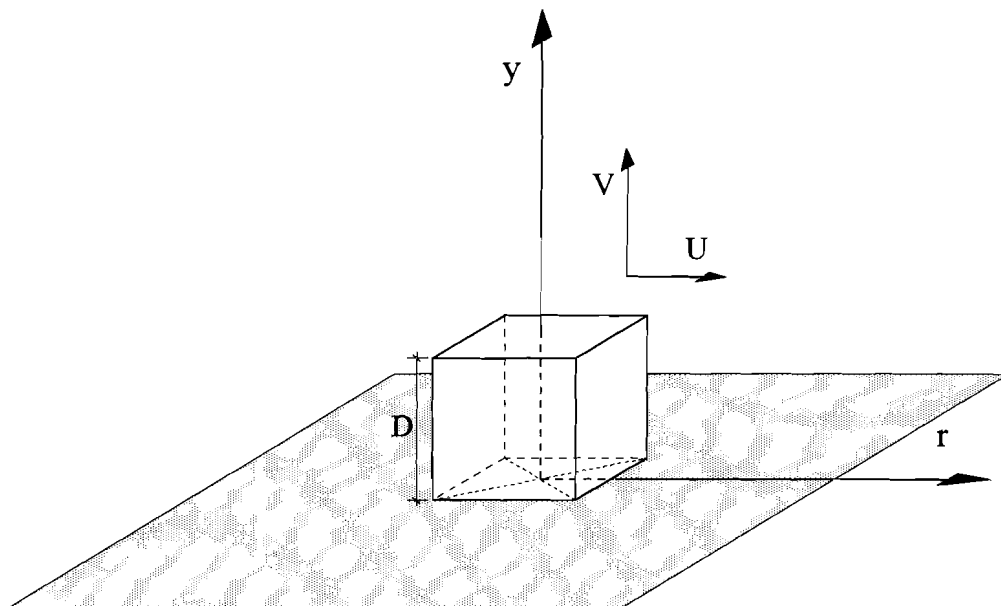
$$(rU)_\infty = -\alpha b V_0, \quad (4.5.11)$$

onde  $\alpha$  é uma constante de proporcionalidade, de natureza empírica, que traduz a taxa de arrastamento do fluido ambiente para o interior da pluma. Definindo as condições de fronteira em  $y=0$ , através dos caudais de massa e de quantidade de movimento que são aí nulos, obtém-se então um sistema de equações integrais resolúvel.

A solução integral, embora não isenta de controvérsia, sobretudo por se alhear da interpretação física da turbulência ao dispensar a respectiva modelação, na prática tem-se mostrado concordante com a solução diferencial. Exemplo disso são os dois casos apontados por Bejan (1995): em 1941, Wilhelm Schmidt publicava pela primeira vez uma solução baseada no modelo do comprimento de mistura para a difusividade turbulenta e, passados 15 anos, Morton et al. publicavam uma solução integral baseada na hipótese de arrastamento, que embora abrangesse ambientes estratificados, tinha, para estratificação nula, uma solução da mesma forma que a de Schmidt. Ilustrava-se assim a consistência entre a hipótese de arrastamento e a hipótese de comprimento de mistura, de Schmidt.

#### 4.5.2 - Análise dos resultados experimentais

Com o objectivo de interpretar os resultados experimentais do campo de temperaturas à luz de modelos aplicáveis a plumas verticais axissimétricas, é utilizado o sistema de coordenadas cilíndricas, ilustrado na figura 4.6, onde  $V$  é a componente da velocidade segundo o eixo  $y$ , o qual tem a sua origem na base do cubo, e  $U$  é a componente da velocidade, segundo o eixo radial  $r$ . A origem pontual aparente, ou virtual, subjacente aos modelos analíticos, será identificada por  $y_v$ , uma concretização da variável  $y$ .



**Figura 4.6** - Sistema de coordenadas cilíndricas utilizado na análise das plumas verticais

A figura 4.7 integra os resultados globais das duas situações ensaiadas em convecção natural, para o mesmo valor de  $\theta_p=120^\circ\text{C}$ : o cubo isolado assente sobre uma superfície lisa e o cubo integrado na rugosidade geral, constituída por cubos com a mesma dimensão do cubo aquecido. A primeira situação foi ensaiada com o objectivo principal de confirmar a validade da técnica de medida, pois já tinha sido estudada por Quintela (1989).

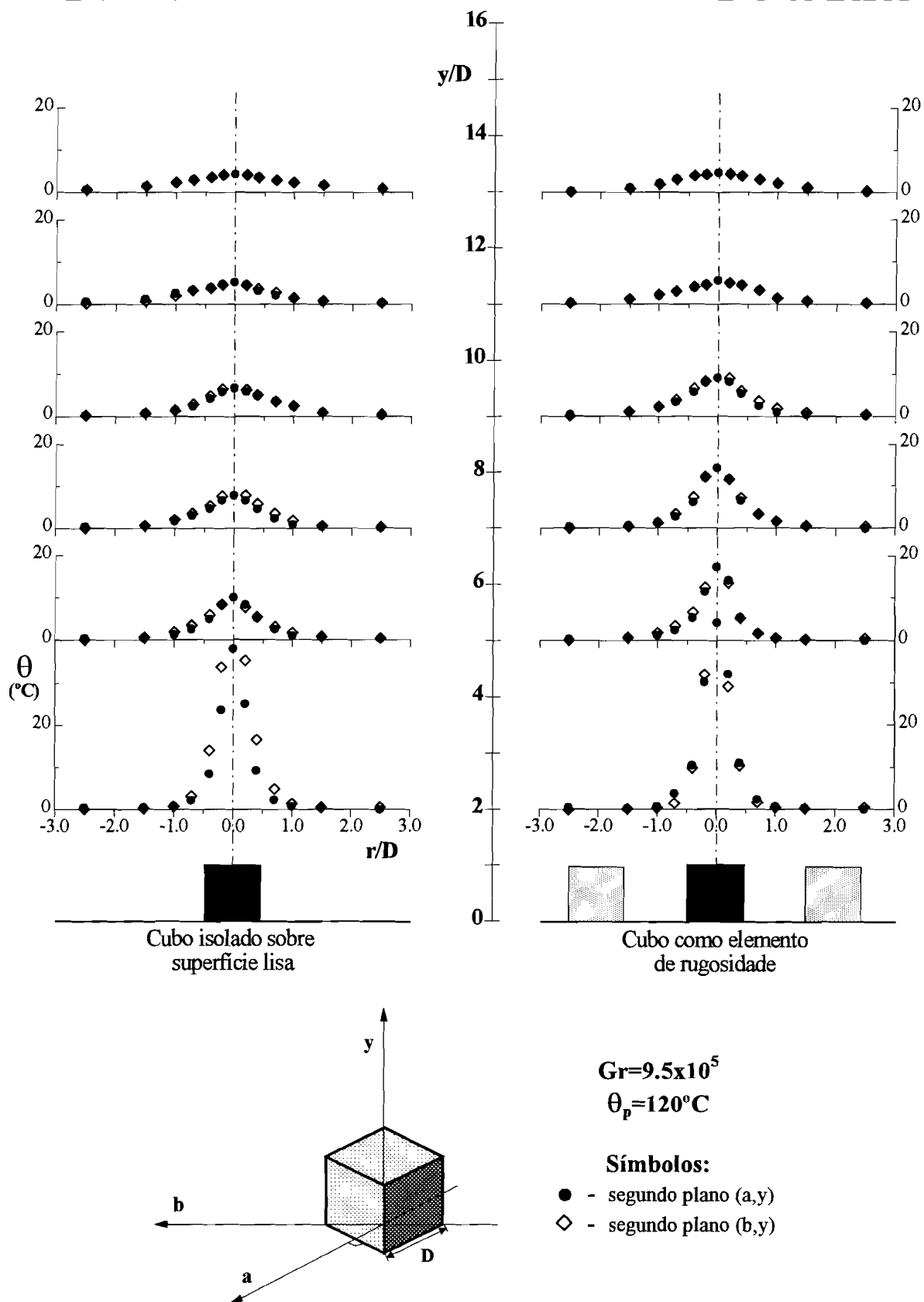
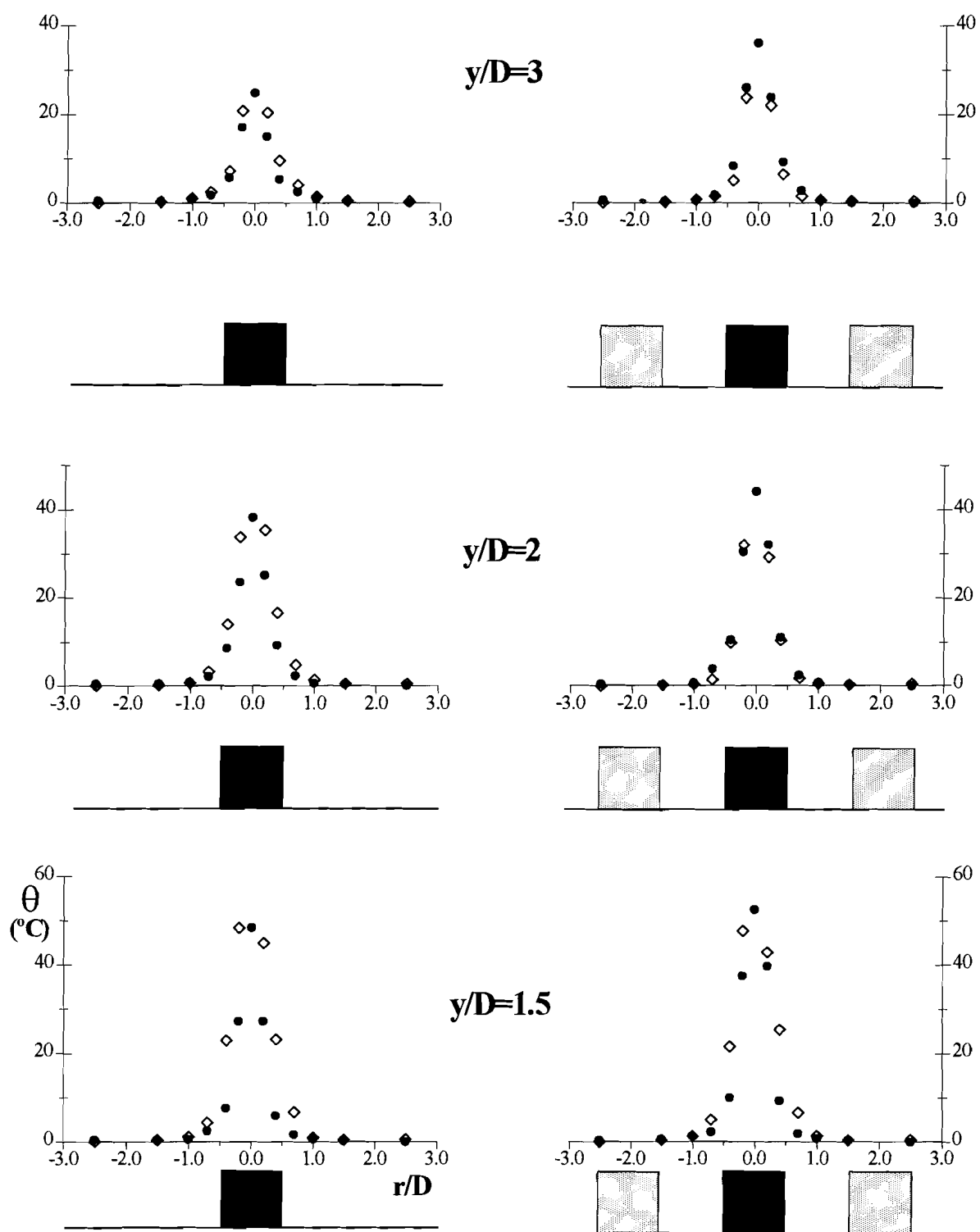


Figura 4.7 - Valores experimentais de  $\theta$  em função de  $r/D$  e  $y/D$ , nos planos verticais (a,y) e (b,y).



**Figura 4.8** - Valores experimentais de  $\theta$  em função de  $r/D$  e  $y/D$ , nos planos verticais (a,y) e (b,y). Pormenor da região próxima do cubo.

A sua utilidade vai, porém, bastante mais longe: ao criar a segunda situação, com o cubo integrado no meio dos restantes, o facto de se dispor dos dois conjuntos de resultados, adquiridos com a mesma montagem, com o mesmo equipamento de medida e de calibração e na mesma altura é o ideal. Não custa imaginar que, de outro modo, se tornaria menos fiável comparar resultados com a precisão pretendida.

Refira-se que o cubo foi aquecido até uma temperatura tal que  $\theta_p=120^\circ\text{C}$ , mas na verdade não se poderia ir muito mais longe devido aos limites impostos à temperatura superficial do cubo, da ordem de  $150^\circ\text{C}$ . Esta imposição decorre, como já foi referido, da necessidade de limitar e controlar as perdas por radiação e evitar problemas com as soldaduras de estanho utilizadas no interior do cubo para fixar as sonda termopar.

Com o cubo isolado sobre a superfície lisa, as medições da temperatura foram particularmente demoradas, devido à presença inevitável do fenómeno de *meandering*. A oscilação da pluma, caracterizada por baixa frequência e grande amplitude, obrigava à aquisição repetitiva de perfis de temperatura no mesmo plano. O fenómeno suscitou, inclusivamente, uma modelação que adiante se descreverá. Os perfis de temperatura que constituem a pluma térmica representada à esquerda da figura 4.7 são, portanto, o resultado de correcções, por vezes significativas, do desvio do eixo da pluma em relação ao eixo vertical de simetria do cubo.

Como já se referiu, ao reproduzir a matriz de rugosidade em volta do cubo aquecido, detectaram-se alterações importantes no comportamento da respectiva pluma térmica. O *meandering* praticamente desapareceu e a trajectória da pluma passou a ser aproximadamente rectilínea e vertical, dispensando correcções devidas a desvio do eixo. Tal constatação suscita várias interpretações plausíveis para a ocorrência de tão drástica alteração no comportamento da pluma.

Quando o cubo está só, cria um escoamento induzido a partir da superfície lisa na qual está apoiado, cujas características são essencialmente as de um escoamento laminar que se mantém como tal no seu movimento ascendente, desde a vizinhança da fonte de calor, incluindo o seu percurso nas camadas livres de deslizamento, só transitando a escoamento turbulento alguma distância acima da fonte de calor. Se, ao invés, existirem cubos à volta da fonte de calor, uma hipótese a considerar é a de que esses cubos introduzam no escoamento induzido componentes energéticas turbulentas de baixa frequência, associadas a vórtices com dimensões à mesma escala dos cubos. Estes, ao aproximarem-se do cubo aquecido, iriam interferir com os mecanismos de instabilidade responsáveis pelo *meandering*, que estarão de algum modo ligados à bolha de recirculação existente sobre o cubo, a qual ficaria drasticamente reduzida ou mesmo eliminada.

Outra hipótese é que a elevada densidade de distribuição dos cubos elementos de rugosidade tenha o efeito global de subir o plano base sobre o qual se desenvolve o escoamento induzido, para o nível do topo do cubo aquecido. Se assim for, a situação física será mais parecida com a convecção natural a partir de uma superfície aquecida assente no solo, do que com a convecção natural a partir de um sólido proeminente. Naquela situação não haveria propensão para a ocorrência de bolha de recirculação e do eventual *meandering* a ela associado.

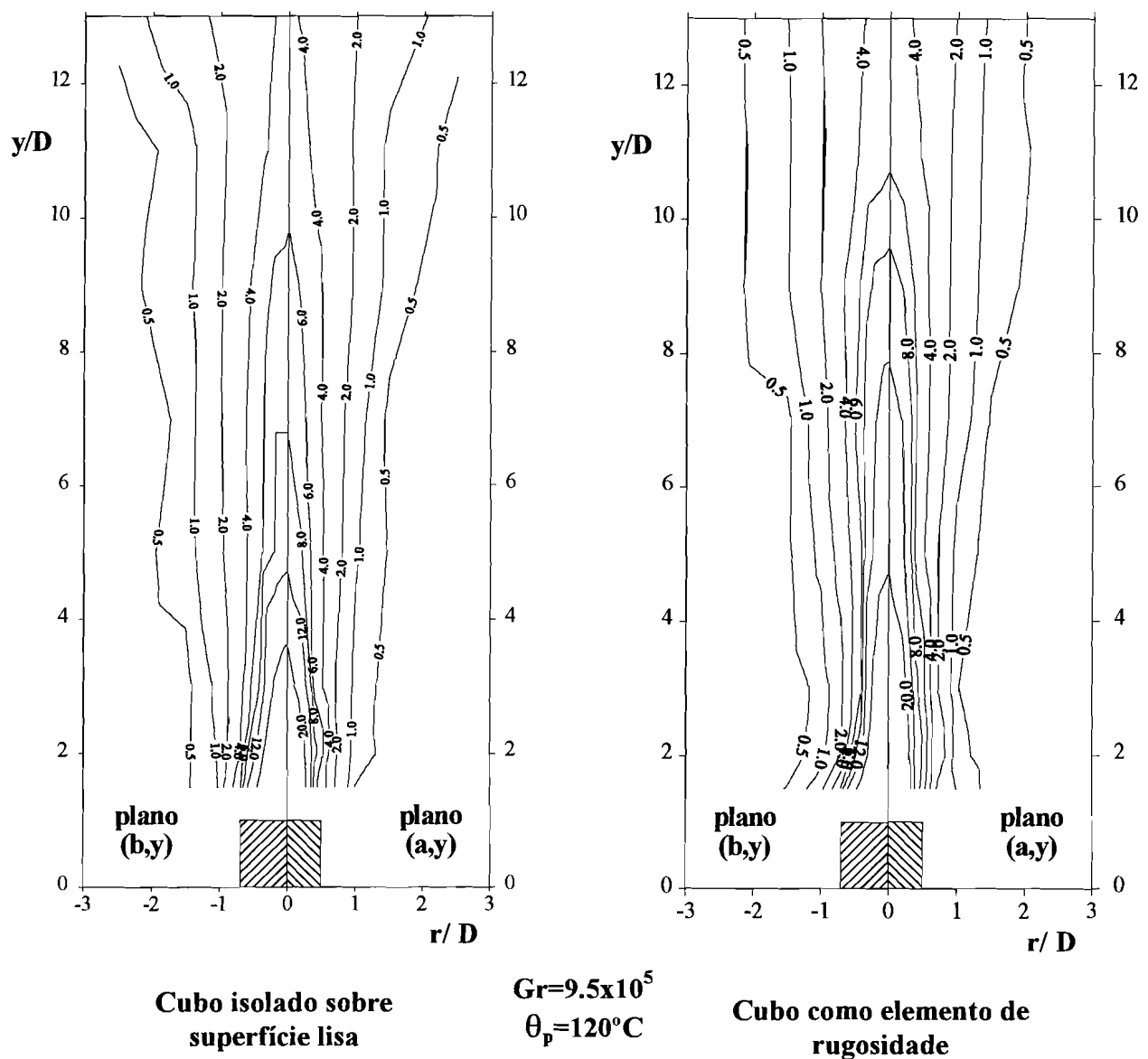


Figura 4.9 - Representação de linhas isotérmicas,  $\theta = c^{te}$ , segundo os planos verticais (a,y) e (b,y).



De qualquer modo, a existência de rugosidade tem um efeito equivalente a um aumento do número de Grashof, na medida em que também reduz as dimensões da bolha de recirculação, atenuando ou eliminando o serpentear da pluma na sua evolução ascendente.

Um outro aspecto que revela a influência da rugosidade sobre o comportamento da pluma é posto em evidência na figura 4.8, relativa ao pormenor da região próxima do cubo. Trata-se da maior rapidez com que a esteira laminar evolui para uma pluma axissimétrica.

Não surpreende que, em  $y/D=1.5$ , tão próximo da fonte de calor, a forma geométrica desta predomine, independentemente do cubo estar só ou acompanhado, determinando diferenças importantes nos perfis de temperatura, consoante se observe segundo o plano (a,y) ou (b,y). No entanto, veja-se agora, em  $y/D=2$ , como a presença da rugosidade já marca diferença, acelerando a transição para a pluma axissimétrica. Novamente, tudo leva a crer que as características difusivas do escoamento arrastado são mais elevadas, conseguindo destruir a estrutura e o desenvolvimento laminar das camadas livres de deslizamento, cuja identidade se perde mais cedo.

A figura 4.9 dá-nos uma outra perspectiva das diferenças apontadas, agora através das configurações distintas das linhas isotérmicas. A malha de valores experimentais, a partir da qual o programa gráfico elaborou estas isolinhas é relativamente grosseira, introduzindo alguma imprecisão, que se traduz, aqui e ali, em alguma angulosidade no traçado das linhas, desprovida de sentido físico. Todavia, são pormenores que não chegam para mascarar o efeito global exercido pela rugosidade sobre a pluma. A análise comparativa segundo (a,y) ou (b,y) permite observar, claramente, que a pluma representada à direita tende mais rapidamente para a axissimetria. Repare-se novamente na região inicial de desenvolvimento da pluma, próximo do cubo. Como a potência calorífica convectada é praticamente a mesma, por uma questão de balanço energético, se a pluma é mais estreita na situação de rugosidade envolvente, é forçoso que a temperatura no eixo seja mais elevada, à mesma cota. De facto, os resultados confirmam isso mesmo.



à fonte de calor. Tendo em conta que o objectivo essencial do presente trabalho não era o estudo deste fenómeno, o mesmo apenas foi analisado com a profundidade suficiente para relacionar o seu efeito global nas plumas com as condições em que se manifesta, contribuindo para a discussão em torno dos mecanismos responsáveis pela sua existência e pelos seus efeitos nas plumas.

Durante os ensaios laboratoriais, pôde-se constatar que a pluma, no seu movimento oscilatório, serpenteava com muito baixa frequência e grande amplitude. Verificou-se também que os perfis gaussianos não se alteravam significativamente no decorrer da oscilação. Portanto, apesar das oscilações, a pluma mantinha-se íntegra. Aparentemente, tudo se passa como se a pluma evoluísse ao longo de uma trajectória curvilínea, enquanto a difusão térmica vai ocorrendo “imperturbável”, na medida em que a baixa frequência de oscilação da pluma não interfere com a gama de frequências responsáveis pela difusão. Assim sendo, a dependência da temperatura axial e da largura com a distância à fonte, terá mais a ver com a trajectória curvilínea do que com a correspondente projecção vertical.

Surge assim o modelo ilustrado na figura 4.10, baseado na observação do autor em plenos ensaios laboratoriais e também nos resultados de visualização em Quintela (1989). Assumindo um comprimento de onda,  $\lambda$ , constante, e uma amplitude proporcional a  $y$ , o objectivo prático do modelo é calcular, para cada posição vertical,  $y$ , o comprimento da córda rectificadora, supostamente o caminho já efectivamente percorrido pelo ar aquecido ao afastar-se da fonte de calor. Será certamente discutível, mas é um modelo empírico com fundamento físico, provavelmente aplicável em outras condições semelhantes e, portanto, merecedor de aprofundamento futuro.

Tendo aplicado o modelo de distribuição gaussiana aos perfis de temperatura e na hipótese de afinidade dos mesmos, a figura 4.11 representa a evolução da largura das plumas, já representadas na figura 4.7, com o afastamento à fonte de calor.

Os resultados foram obtidos aplicando aos perfis de temperatura a lei de distribuição gaussiana na forma:

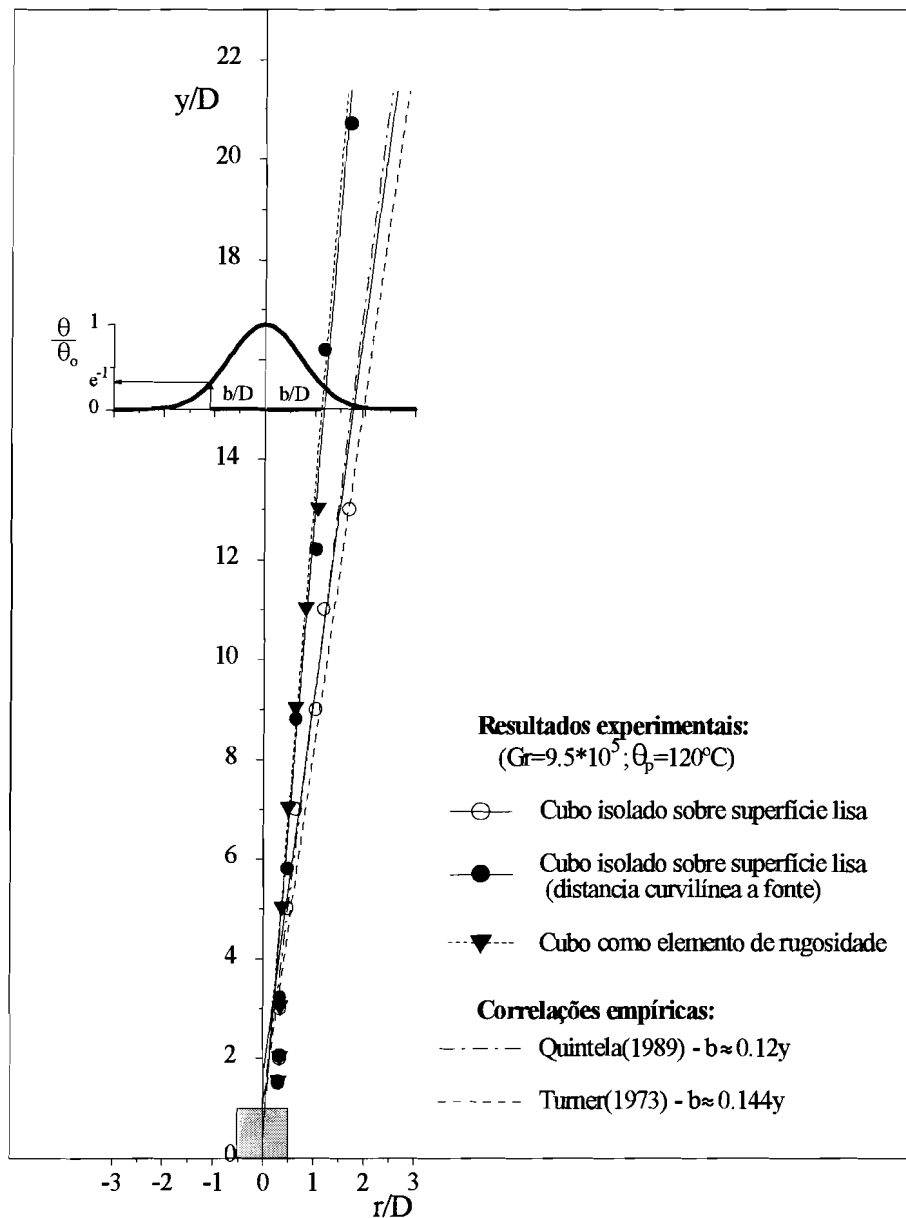
$$\frac{\theta}{\theta_o} = e^{-\left(\frac{y}{b}\right)^2}, \quad (4.5.12)$$

onde  $\theta_o = T_o - T_\infty$ , designa a diferença entre a temperatura no eixo da pluma,  $T_o$ , e a temperatura do ar ambiente,  $T_\infty$ , adimensionalizando  $\theta = T - T_\infty$ , que é a diferença de temperatura num ponto genérico do perfil.

Assim sendo, os valores de  $b$  são uma medida da distância, contada a partir do eixo da pluma, onde se verifica:

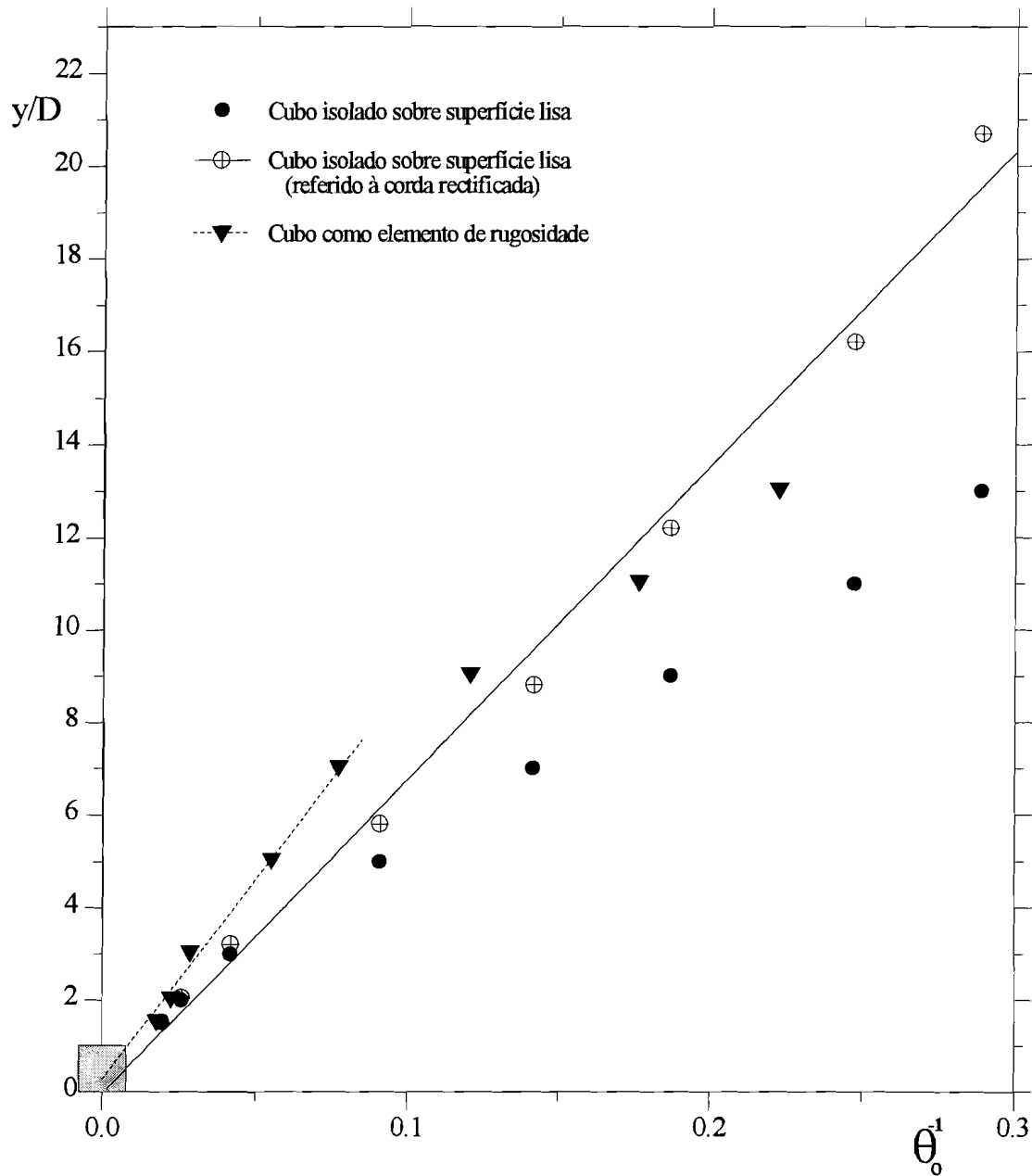
$$\frac{\theta}{\theta_0} = e^{-1} = 0.368. \quad (4.5.13)$$

De acordo com a figura e a exemplo do que é sistematicamente observado por outros autores, tem-se novamente a confirmação experimental do crescimento linear da pluma



**Figura 4.11** - Evolução da largura da pluma vertical. Comparação com outros resultados.

com o afastamento à fonte de calor, já previsto analiticamente, por exemplo em Tennekes e Lumley (1972).



**Figura 4.12** - Região laminar da pluma térmica: verificação do decréscimo linear da temperatura axial com o afastamento à fonte.

Quando referidos à corda rectificada, os valores relativos ao cubo isolado ficam alinhados autor ao correlacionar todos os seus resultados experimentais relativos à região turbulenta. Compara bem com os presentes resultados, quando se toma a distância vertical à fonte.

A correlação de Turner (1973) é, por outro lado, baseada em  $\alpha=0.12$  na equação (4.5.11), um valor sugerido pelo autor como sendo aproximado. A exemplo do que acontece com os diversos autores, depreende-se que a imprecisão daquele valor decorre da dificuldade experimentada, quando se procuram obter resultados com este tipo de plumas. Se, além disso, se levar em conta que as diferentes condições experimentais influenciam, até certo ponto, os resultados, não surpreende que esta correlação se afaste um pouco das restantes.

Com a figura 4.12 pretende-se verificar a validade do modelo analítico para a pluma laminar axissimétrica, que aponta para um decaimento da temperatura na razão inversa da distância à fonte pontual:  $\theta_0 \sim y^{-1}$ . A selecção das variáveis para os eixos coordenados não decorre directamente desta relação de proporcionalidade, mas resulta da conveniência em colocar o eixo dos  $yy$  na vertical e da maior facilidade em estabelecer correlações lineares, com o programa gráfico utilizado. O objectivo final é igualmente conseguido, como se pode observar.

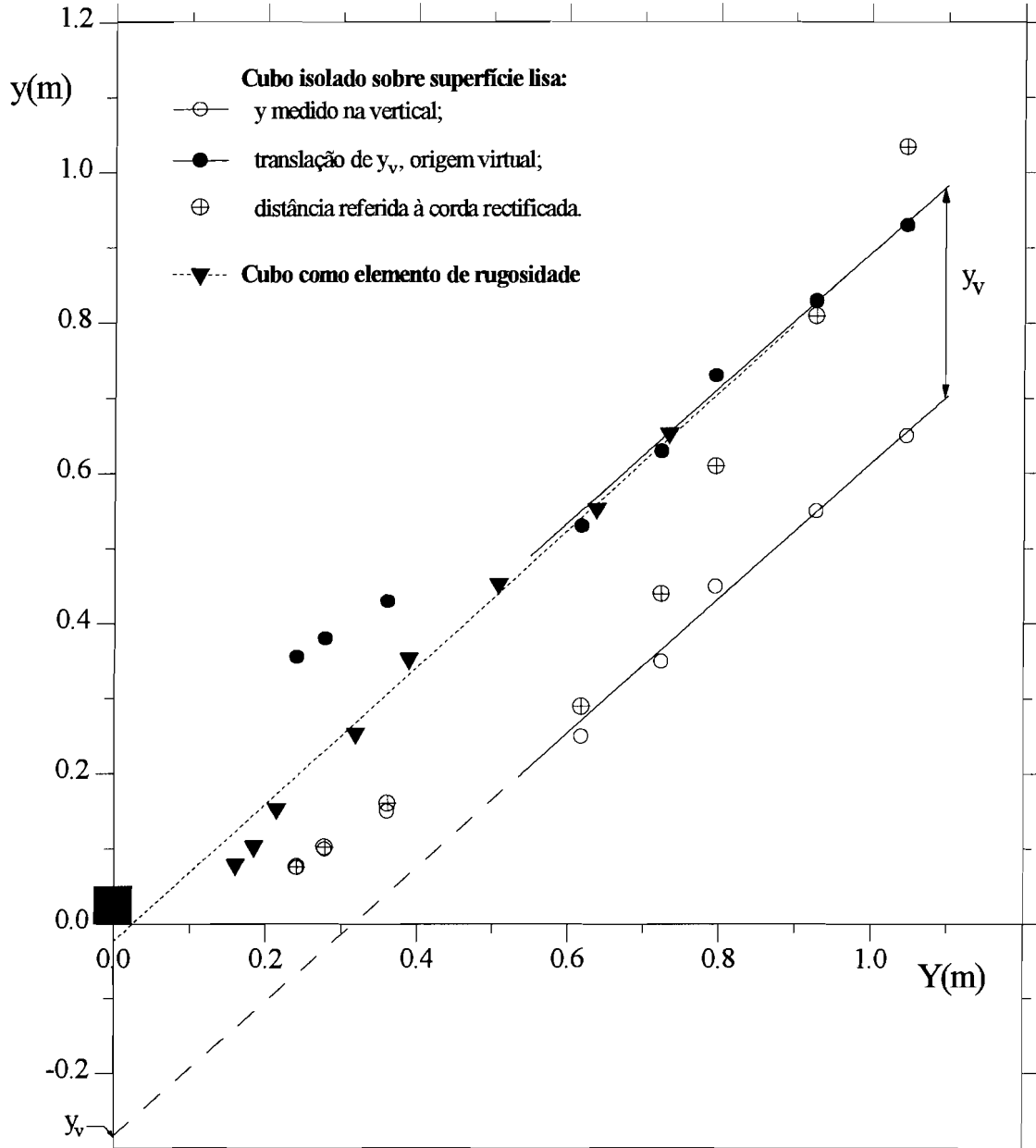
Os resultados para o cubo como elemento de rugosidade indiciam claramente a existência de duas regiões, a mais próxima obedecendo a uma lei de decaimento linear com a distância à origem. Nesta representação, a origem pontual é determinada pelo valor nulo da variável independente, não parecendo afastar-se consideravelmente da origem real da pluma. Representando os valores relativos ao cubo isolado em função da distância referida à corda rectificada, a pluma parece evoluir em toda a extensão avaliada, de acordo com o modelo laminar e com um gradiente semelhante ao da outra situação.

Na figura 4.13 apresentam-se os resultados do estudo do decaimento da temperatura no eixo da pluma, mas agora na região mais afastada, previsivelmente turbulenta.

Em obediência ao modelo analítico válido para a plumas turbulentas axissimétricas e de acordo, quer com os resultados de Rouse et al. (1952), equação (4.5.5), quer com os de Quintela (1989), o campo de temperaturas é bem representado por uma lei de distribuição

gaussiana com a seguinte forma:

$$g \frac{T - T_{\infty}}{T_{\infty}} = A \cdot F_0^{2/3} \cdot (y - y_v)^{-5/3} \cdot e^{\left( \frac{-B r^2}{y^2} \right)}, \quad (4.5.14)$$



**Figura 4.13** - Região turbulenta da pluma térmica: validação do modelo analítico e determinação da origem virtual,  $y_v$ .

com  $y_v$  designando o valor da coordenada  $y$ , para a origem virtual da pluma. Pretendendo-se considerar apenas a evolução da temperatura axial com a distância à origem, rapidamente se conclui que:

$$g \frac{T - T_\infty}{T_\infty} = A \cdot F_0^{2/3} \cdot (y - y_v)^{-5/3}. \quad (4.5.15)$$

Reordenando os termos, fica:

$$\left( \frac{T - T_\infty}{T_\infty} \cdot \frac{g}{A \cdot F_0^{2/3}} \right)^{-3/5} = (y - y_v). \quad (4.5.16)$$

Se designarmos o primeiro membro da equação (4.5.16) por  $Y$ , teremos a relação simples:

$$Y = (y - y_v), \quad (4.5.17)$$

cujas representação gráfica  $Y=f(y)$  é uma recta com declive unitário e ordenada na origem,  $-y_v$ . Calculando os valores de  $Y$  a partir dos resultados experimentais, pode-se então avaliar até que ponto as plumas estudadas obedecem ao modelo analítico referido.

Ainda na figura 4.13, observa-se que, no caso do cubo como elemento de rugosidade, a pluma comporta-se como turbulenta com uma origem virtual muito próxima da origem real.

Quanto ao caso do cubo isolado, os resultados não permitem ser tão peremptório. Desde logo, é evidente que, tomando os valores de  $Y$  referidos à corda rectificadora, a pluma não é turbulenta. Se referidos à distância vertical, o declive corresponde a uma evolução típica de pluma turbulenta, mas a origem virtual afasta-se muito da origem, contrariando fortemente os resultados de Quintela, para o mesmo valor do número de Grashof. Entretanto, efectuando uma translação positiva, de  $y_v$ , com estes pontos experimentais, verifica-se que ficam perfeitamente alinhados com os do cubo integrado na rugosidade, como se aqueles pontos pertencessem à mesma pluma, com a mesma origem, só que em posições virtualmente mais afastadas. Esta hipótese vai, de algum modo, no mesmo sentido do modelo de trajectória curvilínea.

Em ambas as figuras anteriores, o facto de se incluírem sempre todos os pontos experimentais, não impede que só tenham entrado nas correlações lineares o subconjunto da respectiva região de interesse, de acordo com os critérios de transição.



Finalmente, a figura 4.14 integra todos resultados deste estudo, representando a evolução de  $\theta_0$  com  $y$  em gráfico duplamente logarítmico, com o objectivo de realçar a obediência às leis de potência. Incluem-se também as correlações empíricas de Quintela, igualmente referidas a  $y$ . Não se reproduzem os expoentes neste caso por não serem directamente comparáveis com os do presente estudo, na medida em que aquele autor determinou origens virtuais ligeiramente diferentes. A imprecisão inerente aos resultados experimentais é, aqui, suficiente para justificar tais diferenças.

No caso do cubo integrado na rugosidade, a figura indica-nos, com bastante clareza, que a pluma é constituída por duas regiões: uma laminar e outra turbulenta. Os valores do expoente  $n$  incluídos sobre os correspondentes segmentos de recta, são disso o melhor indicador. Inclusivamente, quando se estima a distância crítica,  $y_{cr}$ , a partir da expressão (4.5.7), sugerida por Rouse et al., encontra-se um valor perfeitamente compatível com os resultados apresentados na figura.

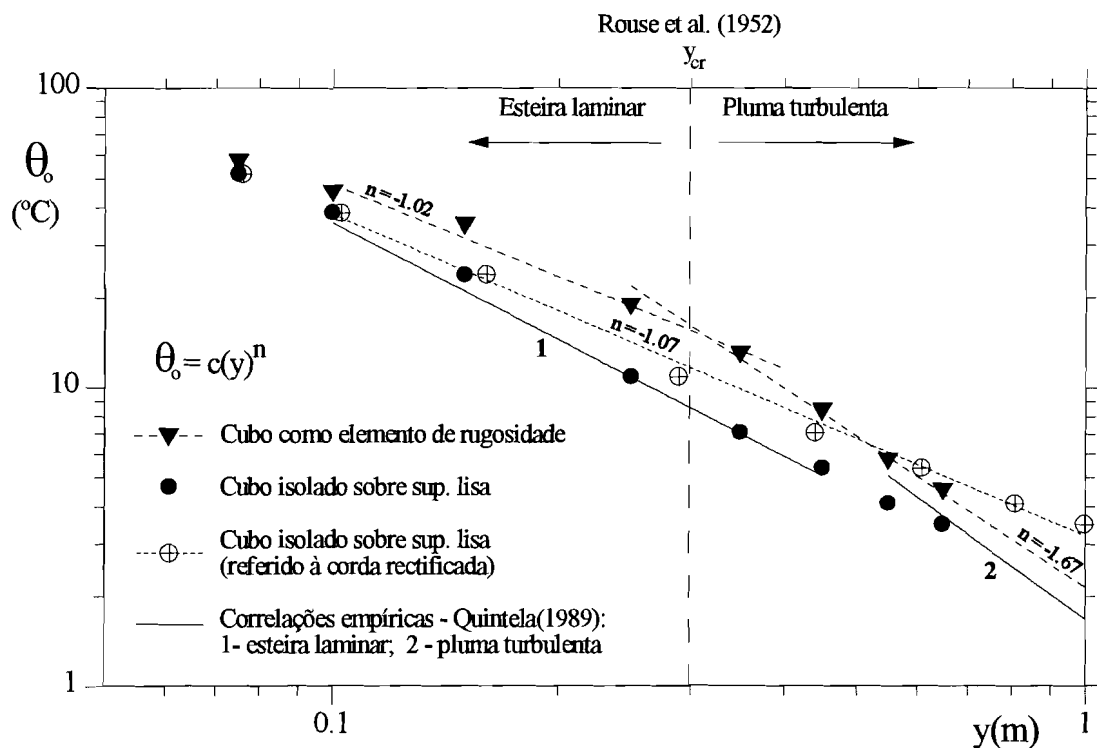


Figura 4.14 - Decaimento da temperatura axial com o afastamento à fonte de calor.

Quanto ao caso do cubo isolado, não só os valores referidos à distância vertical, comparam bem com a correlação de Quintela, para regime laminar, mas também se pode verificar que aos mesmos valores, referidos agora à corda rectificada, corresponde um expoente que sugere um comportamento laminar da pluma em toda a extensão avaliada. De facto, coerentemente, nos ensaios laboratoriais que conduziram a estes valores, o *meandering* estava presente em toda a sua extensão e não parece razoável associá-lo a escoamento turbulento.

Em conclusão, estes resultados levantam uma série de questões interessantes, como a influência do fenómeno de *meandering* e das condições do escoamento induzido pela fonte de calor, no comportamento das plumas térmicas em convecção natural a partir de corpos aquecidos assentes no solo. Faz sentido que a presença de elementos de rugosidade com as mesmas dimensões do corpo aquecido introduza no escoamento induzido escalas de comprimento e de tempo que acabam por ter uma interferência directa com os mecanismos de instabilidade responsáveis pela oscilação da pluma, quando o ar se aproxima do corpo fonte de calor, atenuando ou eliminando mesmo a oscilação. É um assunto que merece desenvolvimento futuro.

## 4.6 - Pluma térmica inclinada

Os resultados experimentais apresentados na figura 4.15 referem-se ao estudo do campo de temperaturas na pluma térmica, em regime de convecção mista, e às duas situações extremas de rugosidade superficial. O campo de temperaturas é apresentado sob a forma de curvas de isovalores de  $\theta = T - T_\infty$  e foi avaliado varrendo planos transversais sucessivamente mais afastados da fonte de calor até  $x/D=10$ . Na figura incluem-se resultados até  $x/D=8$ , pois a partir desta distância os valores de  $\theta$  eram sistematicamente muito pequenos e o erro relativo associado à sua medição demasiado grande. O modo como os resultados estão agrupados nesta figura dá uma perspectiva global do contorno das plumas térmicas, permitindo simultaneamente apreciar a sua ascensão.

No contexto deste subcapítulo, as plumas são analisadas sob três pontos de vista: em primeiro lugar, procede-se a uma apreciação qualitativa global; seguidamente, verifica-se a aplicabilidade de um modelo de dispersão do calor a partir de uma fonte pontual, tendo sido analisados os perfis de temperatura, plano a plano; por último, estuda-se a ascensão das plumas térmicas (todas fortemente inclinadas, tendo como referência a pluma vertical) e confrontam-se os resultados observados com os previstos por um modelo aplicado originalmente a plumas térmicas com origem em chaminés.

### 4.6.1 - Campo de temperaturas. Apreciação global.

Um aspecto que sobressai de imediato na figura 4.15 é a forte inclinação que caracteriza qualquer das plumas térmicas representadas. Esta característica resulta directamente de limitações, quer da montagem experimental, quer do equipamento de medida.

Em relação à montagem experimental, tal como já foi dito anteriormente, a necessidade de controlar as perdas de calor por radiação, por um lado, e a utilização de solda de estanho na fixação das sondas termopar no interior do cubo, por outro, limitaram o aquecimento do cubo. O primeiro factor foi determinante limitando a temperatura do cubo a valores máximos de 150 a 160°C, a partir dos quais se intensificava a oxidação superficial do cobre, deixando de haver controlo sobre a emissividade do cobre.

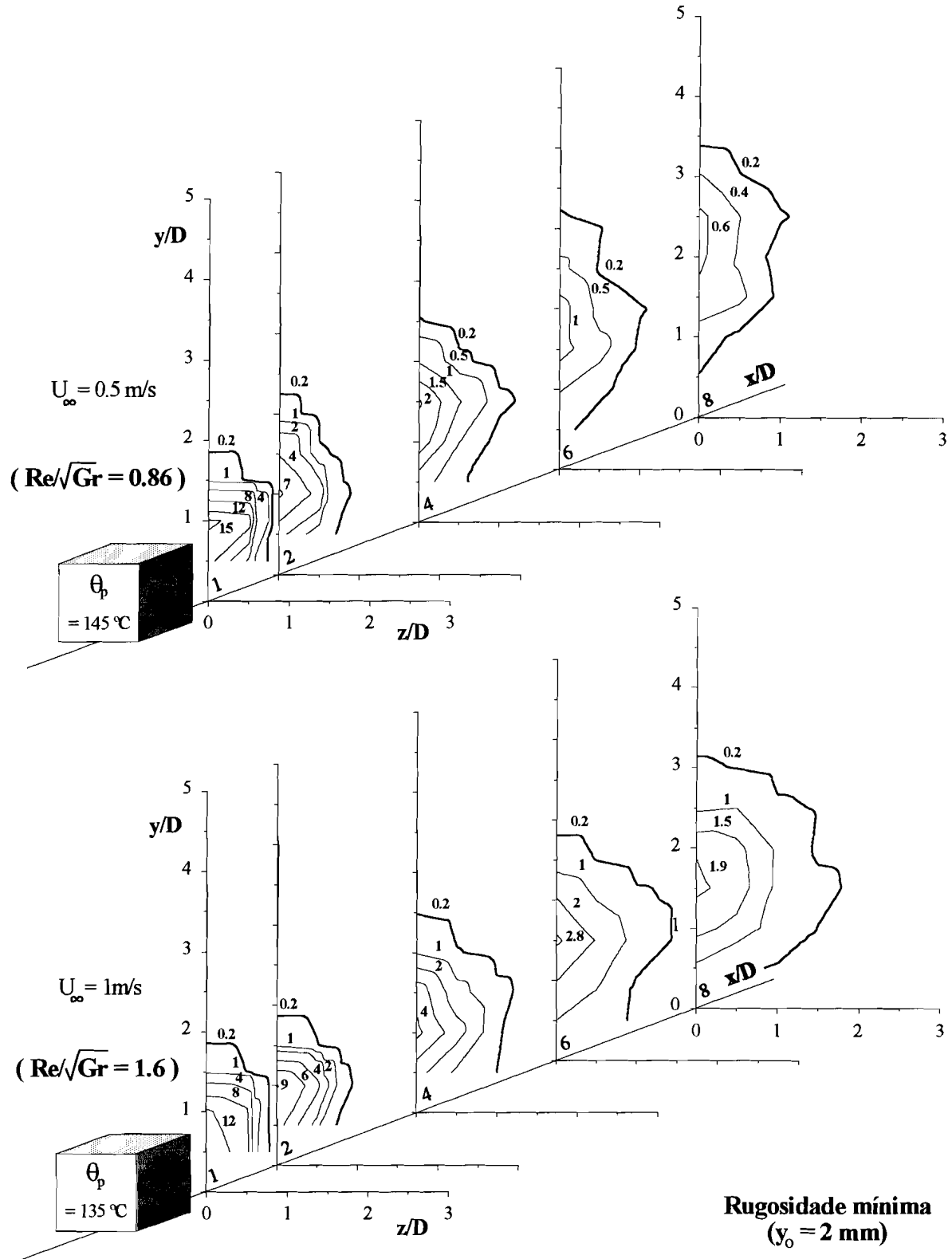


Figura 4.15 (continua) - Pluma térmica em convecção mista. Isovalores de  $\theta = T - T_{\infty}$  em sucessivos planos transversais (rugosidade mínima).

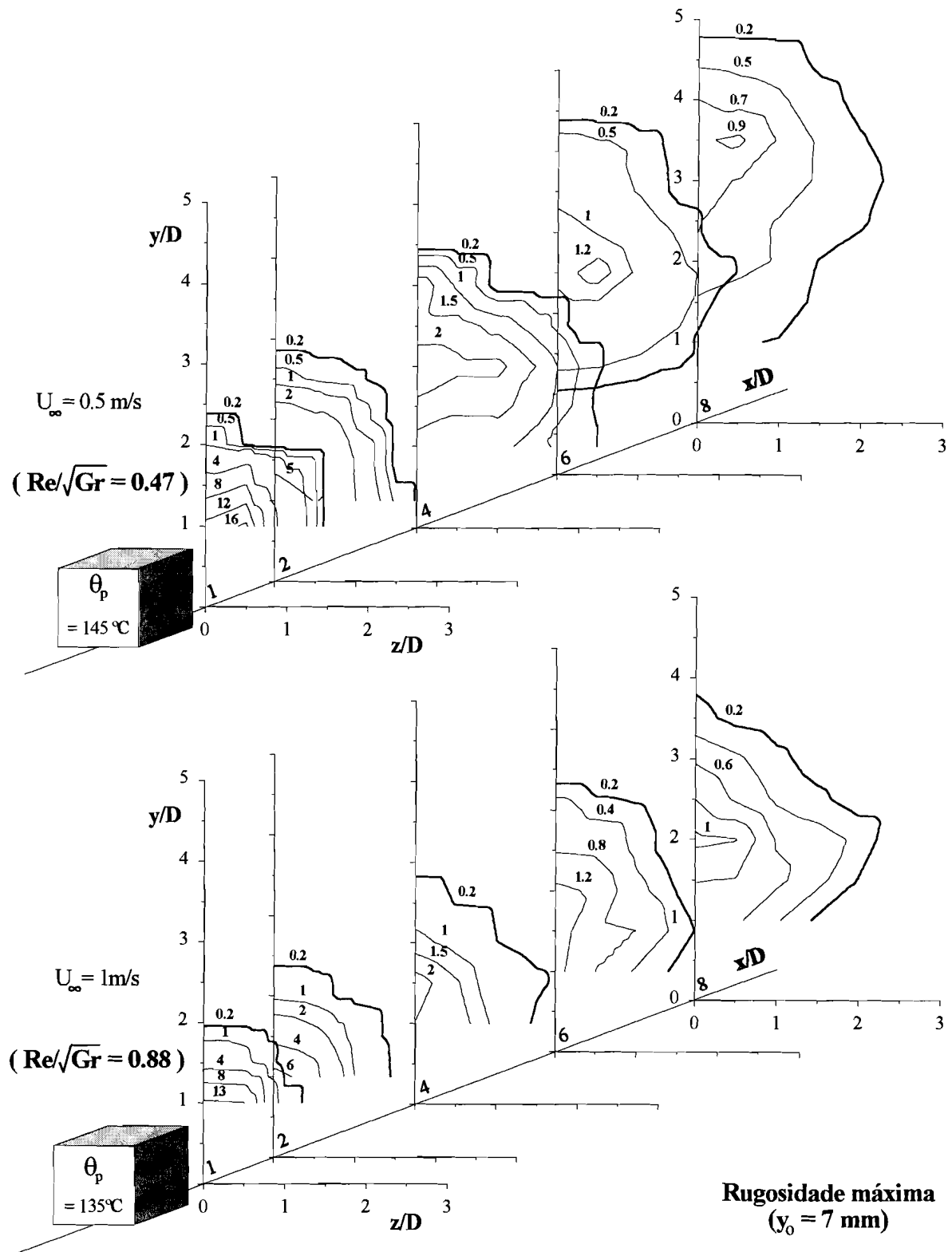


Figura 4.15 (conclusão) - Rugosidade máxima.

Esta limitação da montagem experimental correspondeu a impor, por consequência, um limite superior para o número de Grashof, da ordem de  $10^6$ .

Quanto ao equipamento de medida, as sondas de anemometria de fio quente têm naturalmente um limite inferior de velocidade abaixo do qual não devem ser utilizadas, essencialmente devido à importância crescente da convecção natural em torno do fio aquecido, que acaba por inviabilizar uma adequada calibração da sonda. De acordo com as especificações técnicas do fabricante, o limite inferior de velocidade recomendado para as sondas utilizadas é da ordem dos 20 cm/s, o que corresponde a fixar um limite mínimo para o número de Reynolds, que é da ordem de  $10^3$ . Ora, a conjugação destas duas limitações corresponde, por sua vez, a limitar inferiormente o parâmetro adimensional característico da convecção mista,  $Re/\sqrt{Gr}$ . Todavia, no presente estudo, pesem embora todas as dificuldades apontadas, verifica-se que foi possível fazer descer este parâmetro até valores da ordem da unidade, o que equivale a dizer que se conseguiu explorar o regime de convecção mista, tendo-se obtido um conjunto de resultados que permitem tirar algumas conclusões.

Aprecie-se por exemplo as plumas térmicas na região próxima do cubo, ( $x/D=1$ ). Aí, as linhas isotérmicas conservam ainda claramente “na memória” a forma da fonte, bem marcada numa certa angulosidade do traçado das linhas. À medida que o ar aquecido se afasta da fonte de calor, as características difusivas do escoamento, fortemente turbulento, fazem com que o contorno das plumas tenda rapidamente para uma configuração que se verifica ser aproximadamente elíptica, na medida em que a difusividade térmica turbulenta é diferente consoante a direcção transversal considerada:  $y$  ou  $z$ . De certo modo, tudo se passa como se, na esteira afastada, a pluma já tivesse “esquecido” a sua origem concreta e finita, sendo então razoável definir um ponto como origem virtual da pluma.

No conjunto das quatro plumas representadas não se detectam diferenças qualitativas importantes. De facto, isso não surpreende uma vez que, na gama de rugosidades utilizadas, as características difusivas não diferem substancialmente e os perfis de velocidade do escoamento de aproximação ao cubo são sempre pouco cheios ( $2 < n < 4.5$ ). No entanto, há algumas diferenças assinaláveis. Repare-se que, na situação de rugosidade máxima, a pluma sobe nitidamente mais do que na situação de rugosidade mínima. De facto, para os mesmos valores de  $U_\infty$ , a velocidade de referência, tomada a 3/4 do topo do cubo, é menor na situação de rugosidade máxima e, portanto, para o mesmo valor do número de Grashof, as forças de impulsão térmica assumem uma importância relativa maior e a pluma apresenta menor inclinação em relação à vertical. Para compreender este efeito, basta pensar que, em primeira aproximação, é a composição de um vector horizontal com outro vertical que confere uma determinada inclinação à pluma térmica.

Serão, neste caso, uma componente horizontal da quantidade de movimento associada ao escoamento de aproximação e uma componente vertical da quantidade de movimento induzida pelo aquecimento do fluido na vizinhança imediata do cubo. A título de exemplo, em convecção natural e para a gama de  $Gr$  utilizada, o valor máximo da componente vertical de velocidade, gerada pelo aquecimento, é cerca de 30 a 40 cm/s ao nível do topo do cubo, diminuindo rapidamente com o afastamento da fonte, proporcionalmente a  $x^{-1/3}$ , como se viu anteriormente (Tennekes et Lumley, 1972; Quintela, 1989). Não admira, portanto, que a inclinação da pluma seja sempre elevada na gama de velocidades utilizada para o escoamento de aproximação.

Outro aspecto digno de realce prende-se com a influência directa da superfície rugosa na estrutura da pluma na sua fase inicial. Na figura não se representam os elementos de rugosidade que se distribuem a jusante do cubo fonte de calor, por questões de simplicidade e clareza gráfica, mas a sua presença está de certo modo reflectida nas plumas. Concretamente, atente-se na parte inferior das plumas, na situação de rugosidade máxima, em que as réguas estão na sua posição inferior, deixando sobressair os cubos. Pode-se aí observar que enquanto a pluma não sobe o suficiente para se libertar da influência directa dos elementos de rugosidade, as linhas isotérmicas são mais abertas no seu traçado inferior. Esta abertura é provavelmente consequência de um incremento local da difusão transversal provocado pela presença dos próprios elementos de rugosidade. A jusante esse efeito atenua-se gradualmente, tornando-se os contornos mais fechados à medida que a pluma sobe.

Embora menos marcado, o mesmo efeito é detectável na situação de rugosidade mínima. Aqui, a origem da deformação da pluma no seu contorno inferior estará nas cavidades compreendidas entre as réguas e os cubos, desaparecendo o efeito à medida que a pluma sobe e se afasta da rugosidade.

Observem-se novamente as plumas relativas à rugosidade máxima. A pluma superior, relativa a  $U_{\infty} = 0.5$  m/s, revela uma tendência para o que se designa por *bifurcação*. Este fenómeno é descrito por Scorer (1958) no contexto das plumas inclinadas com origem em chaminés e consiste, como a própria designação sugere, no desdobramento da pluma em duas que evoluem a par. A sua origem reside na vorticidade presente, sendo o sentido da circulação ascendente na região central da pluma (ar mais quente) e descendente na região periférica (ar mais frio) o que promove o desdobramento da pluma em dois rolos simétricos. Este fenómeno é claramente detectável na pluma superior. Com efeito, observem-se as secções transversais em  $x/D=6$  e em  $x/D=8$  da referida pluma. Verifica-se que o ponto de temperatura máxima da pluma não está contido no plano vertical de simetria ( $z/D=0$ ), como acontece nas secções a montante. De facto, desenha-se uma linha curva isotérmica fechada ligeiramente desviada do plano de simetria, confirmando a

tendência para a *bifurcação* já manifestada em  $x/D=4$  através de um certo alongamento da linha curva isotérmica central. Refira-se que no caso concreto desta pluma, o escoamento de aproximação gerado é caracterizado por ter o perfil de velocidades com os valores mais baixos de todos os que foram ensaiados, particularmente na subcamada interna, nível em que se desenvolve quase toda a pluma.

Observe-se agora a pluma inferior, para  $U_{\infty} = 1$  m/s. Esta exhibe na última secção transversal,  $x/D=8$ , uma configuração alongada da linha isotérmica na região central, semelhante à exibida pela pluma superior em  $x/D=4$ , parecendo indicar que a partir dali se começaria também a desenhar a mesma tendência para a *bifurcação*. Comparativamente ao que acontece na pluma superior, trata-se do dobro da distância à fonte de calor mas sensivelmente o mesmo tempo após a massa de ar aquecida ter deixado a fonte de calor, na medida em que a velocidade de transporte é aproximadamente o dobro. Entretanto, a temperatura no interior da pluma já é próxima da temperatura ambiente e, por consequência, a intensidade das forças de impulsão é tão baixa que a *bifurcação* já não tem oportunidade de se desenvolver. Nas plumas térmicas relativas à rugosidade mínima o fenómeno nem sequer se chega a esboçar, provavelmente porque o transporte do ar aquecido e a dispersão do calor são suficientemente rápidos para o impedir.

#### 4.6.2.- Aplicação de um modelo de dispersão do calor

Com o objectivo de estudar a dispersão do calor na esteira aquecida, procedeu-se à avaliação prévia das dimensões transversais das plumas térmicas em cada uma das secções transversais representadas na figura 4.15. Para o efeito, a exemplo do que se fez com as plumas verticais, recorreu-se ao modelo de distribuição gaussiana tendo em vista a melhor interpolação dos valores experimentais de cada perfil transversal de temperatura.

Como as plumas em análise se desenvolvem plenamente no interior das camadas limites, onde a difusão térmica turbulenta é anisótropa, não é de esperar que sejam axissimétricas. Assim sendo e na hipótese de afinidade dos perfis de temperatura, em cada plano transversal referido estudaram-se dois perfis, passando ambos pela linha de eixo da pluma: um segundo a direcção vertical e outro segundo a horizontal. Ao primeiro corresponde a determinação de uma dimensão vertical, designada por  $b_v$  e ao segundo corresponde, por sua vez, uma dimensão horizontal  $b_h$ . Isto é, assume-se que as secções transversais têm um contorno aproximadamente elíptico. A determinação dos valores de  $b_v$  e  $b_h$  é feita aplicando aos correspondentes perfis de temperatura as distribuições gaussianas nas formas:

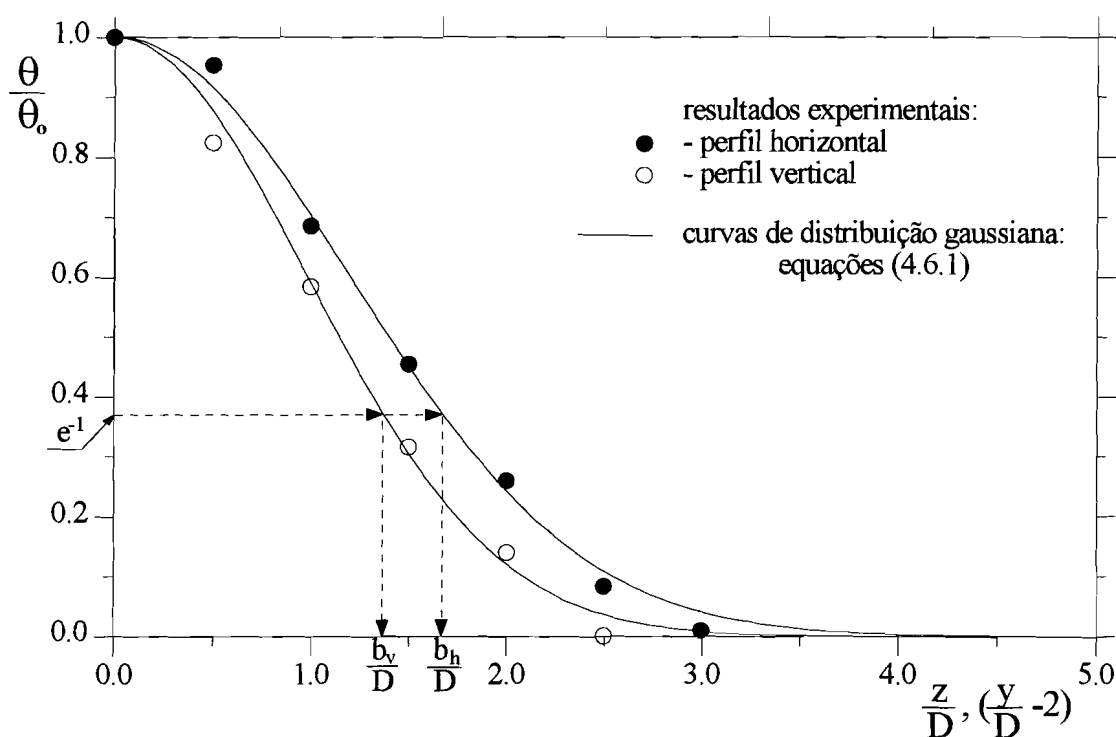


$$\frac{\theta}{\theta_o} = e^{-\left(\frac{y}{b_v}\right)^2} \quad \text{e} \quad \frac{\theta}{\theta_o} = e^{-\left(\frac{z}{b_h}\right)^2}, \quad (4.6.1)$$

respectivamente.

Definidas as dimensões transversais da pluma, recorde-se que, de acordo com a equação 4.5.13, a semi-espessura da pluma é dada pela distância, contada a partir do eixo da pluma, onde se verifica  $\theta/\theta_o=0.368$ .

A figura 4.16 ilustra a aplicação do método que se acaba de expor. Trata-se de uma secção transversal típica e o objectivo é estimar valores para  $b_v$  e  $b_h$ .



**Figura 4.16** - Ilustração do método para determinação de  $b$ : rugosidade máxima,  $U_\infty=1$  m/s e  $x/D=8$  (vd. figura 4.15).

Conhecidas as dimensões transversais das plumas,  $b_v$  e  $b_h$ , passe-se agora à modelação do seu desenvolvimento longitudinal. Bejan (1995) expõe uma via relativamente simples para

modelar a dispersão térmica na esteira de fontes de calor concentradas e imersas em escoamentos turbulentos uniformes e isotérmicos ( $U_\infty$ ,  $T_\infty$ ). Recorrendo à equação de conservação de energia, obtém uma solução analítica gaussiana que aplicada a uma pluma térmica na esteira de uma fonte pontual, permite concluir que:

$$\frac{\theta}{\theta_o} = e^{\left(-\frac{U_\infty r^2}{4\varepsilon_h x}\right)}, \quad (4.6.2)$$

onde  $x$  é a distância longitudinal à origem pontual,  $r$  é a distância radial a partir do eixo da pluma, a qual, nas condições de escoamento referidas, é axissimétrica e  $\varepsilon_h$  é a difusividade térmica turbulenta.

De acordo com (4.6.2) e tendo em atenção a definição de  $b$  traduzida por (4.5.13), tem-se

$$\frac{U_\infty b^2}{4\varepsilon_h x} = 1 \quad (4.6.3)$$

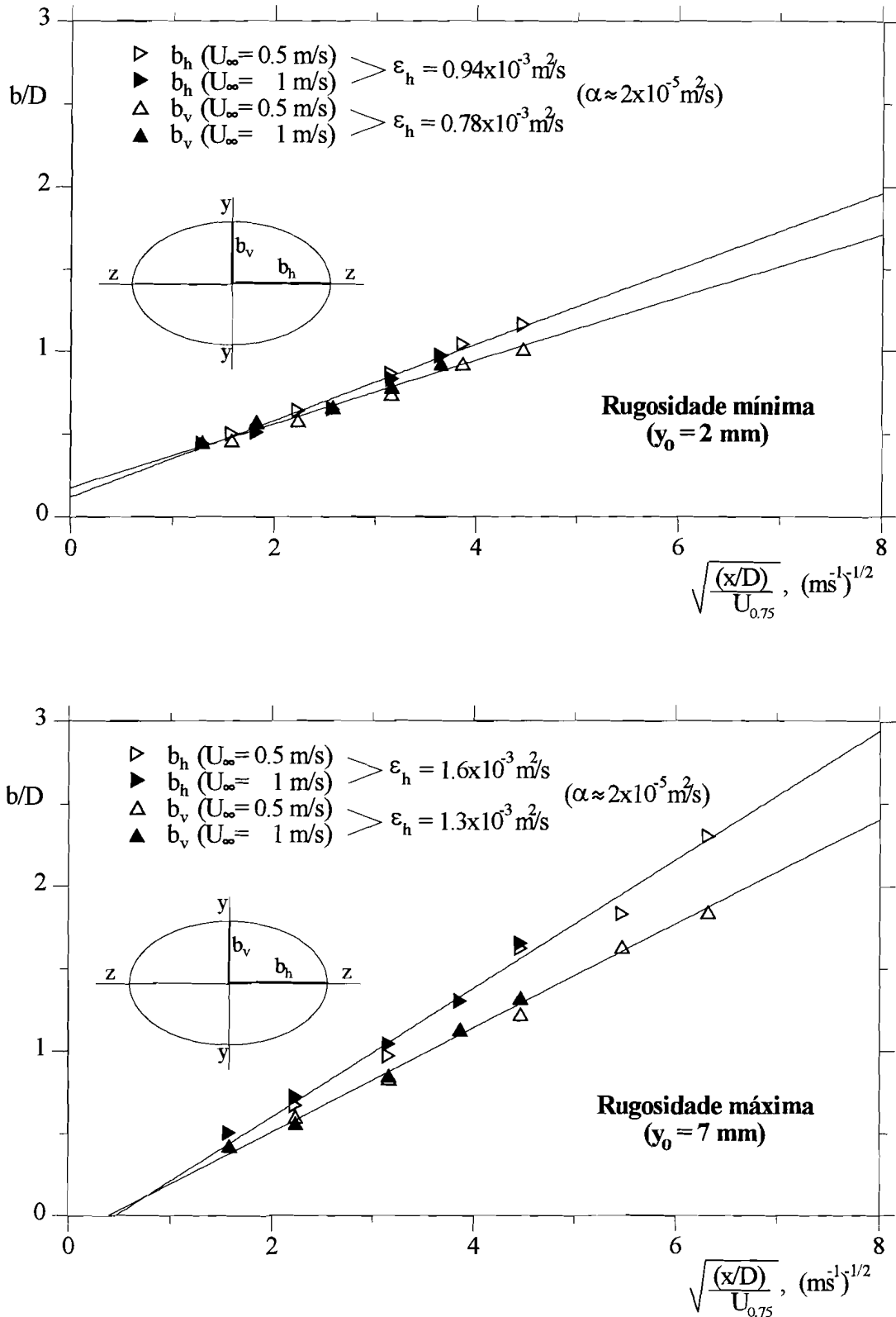
donde

$$b = \sqrt{4\varepsilon_h x / U_\infty}, \quad (4.6.4)$$

ou seja, a espessura da pluma deve crescer proporcionalmente a  $\sqrt{\varepsilon_h x / U_\infty}$ .

No presente estudo, a evolução das plumas dá-se no interior de uma camada limite espessa onde a velocidade é significativamente mais baixa que  $U_\infty$  e, portanto, esta não será seguramente a melhor referência para a velocidade. Por outro lado, ao simularmos as condições de convecção mista na presente montagem experimental, deparamos com alguma dependência das características do escoamento de aproximação com o número de Reynolds, mais acentuada na situação de rugosidade mínima como se depreende da figura 3.4. Perante isto, utilizou-se novamente como referência a velocidade a 3/4 do topo do cubo,  $U_{0.75}$ , que provou mais uma vez ser de longe a melhor opção face aos objectivos deste estudo.

Com efeito, a figura 4.17 mostra-nos o resultado da aplicação deste modelo, apresentando a evolução de  $b/D$  em função de  $\sqrt{(x/D)/U_{0.75}}$ . A maior ou menor inclinação das rectas de regressão associadas aos pontos experimentais dá-nos, de imediato, uma ideia de como varia a difusividade térmica turbulenta nas diversas situações analisadas, estando os valores correspondentes de  $\varepsilon_h$  incluídos na figura. A comparação destes valores com o da difusividade térmica molecular ( $\alpha \approx 2 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ) permite concluir que aqueles estão



**Figura 4.17** - Evolução longitudinal das dimensões transversais,  $b_v$  e  $b_h$ , das plumas térmicas representadas na figura 4.15.

praticamente duas ordens de grandeza acima do valor de  $\alpha$ . Por outro lado, a intersecção das rectas com o eixo das abcissas permite-nos definir a origem virtual. Nos casos analisados, a origem virtual nunca se afasta muito do centro do cubo, localizando-se sempre no intervalo  $-D/2 < x < D/2$ . Os pequenos afastamentos que se verificam são coerentes pois na situação de rugosidade máxima a pluma tem um ângulo de abertura maior e aparenta ter a sua origem virtual a sotavento do centro do cubo, enquanto que na situação de rugosidade mínima a pluma é mais estreita e aparenta ter a sua origem virtual para barlavento.

Em resumo, os resultados apresentados na figura 4.17 permitem concluir que a partir do momento em que se utilize como velocidade de referência o seu valor a um nível a 3/4 do topo do cubo, a dispersão do calor na pluma inclinada com origem no cubo assente no solo e sujeito a um escoamento de camada limite pode ser estudada em analogia com o desenvolvimento duma pluma térmica com origem numa fonte de calor pontual.

#### 4.6.3.- Inclinação da pluma térmica.

Passe-se agora ao estudo da ascensão das plumas dedicando a atenção à evolução do seu eixo. Hanna (1982), motivado pela aplicação dos conhecimentos no domínio da meteorologia aos problemas de engenharia relacionados com a poluição ambiental, dedica o seu estudo à difusão turbulenta a partir de chaminés e torres de arrefecimento. O tema é tratado não só sob o ponto de vista da sua fundamentação teórica, revendo as teorias de difusão, mas também sob o ponto de vista de aplicação prática, incluindo relações empíricas que permitem estimar os parâmetros de dispersão em situações práticas de grande interesse. A maior ênfase é dada novamente ao modelo gaussiano aplicado a plumas.

Concretamente, no que respeita à evolução longitudinal de plumas gaussianas inclinadas, geradas à saída de chaminés e expostas ao vento com velocidade  $u$ , Hanna apresenta a altura total do eixo da pluma,  $h$ , como a soma de duas parcelas: a altura da chaminé,  $h_o$ , e uma parcela,  $\Delta h$ , correspondente à ascensão propriamente dita.

De entre um vasto conjunto de fórmulas empíricas existentes, que procuram prever a ascensão de uma pluma nas condições supracitadas, Hanna sustenta que a formulação proposta por Briggs (1975) é mais precisa. Briggs faz intervir dois parâmetros fundamentais: o fluxo inicial de impulsão gravítica,  $F_o$ , e o fluxo inicial de quantidade de

movimento na direcção vertical,  $F_{mo}$ , normalmente importante à saída de chaminés, quer como resultado das forças de impulsão geradas no interior aquecido da chaminé, quer como resultado de ventilação mecânica.

Segundo Hanna, Briggs propõe duas fórmulas: uma válida perto da fonte de calor,

$$\Delta h = 2.3 \cdot F_{mo}^{1/3} \cdot u^{-2/3} \cdot x^{1/3} \left( 1 + \frac{F_o x}{2 F_{mo} u} \right)^{1/3}, \quad (4.6.5)$$

onde se supõe ser importante  $F_{mo}$ , e outra válida após uma certa distância à fonte,  $x \approx 2 F_{mo} u / F_o$ ,

$$\Delta h = 1.6 \cdot F_o^{1/3} u^{-1} x^{2/3}, \quad (4.6.6)$$

onde  $F_{mo}$  deixa de ter influência no processo de ascensão da pluma.

De facto, ao comparar-se a ordem de grandeza dos termos intervenientes na equação (4.6.5), se se fizer  $x = 2 F_{mo} u / F_o$ , o segundo termo dentro de parêntesis, que traduz a influência de  $F_o$  e é crescente com  $x$ , atinge o valor de 1. Eliminando o primeiro termo, unitário, dentro de parêntesis, isto é, desprezando a influência de  $F_{mo}$  para distâncias superiores, a equação (4.6.5) conduz à equação simplificada (4.6.6).

Esta última fórmula é conhecida pela “lei de 2/3” e considera-se aplicável nas condições físicas do presente trabalho, porquanto se procedeu a uma estimativa da ordem de grandeza de  $2 F_{mo} u / F_o$  para o presente estudo, tendo encontrado distâncias da ordem de 2 a 3D, perfeitamente compatíveis com o domínio longitudinal das plumas em análise.

O parâmetro  $F_o$ , é, também aqui, definido pela expressão (4.5.6) e o fluxo inicial de quantidade de movimento na direcção vertical,  $F_{mo}$ , é dado por

$$F_{mo} = W_o^2 R_o^2, \quad (4.6.7)$$

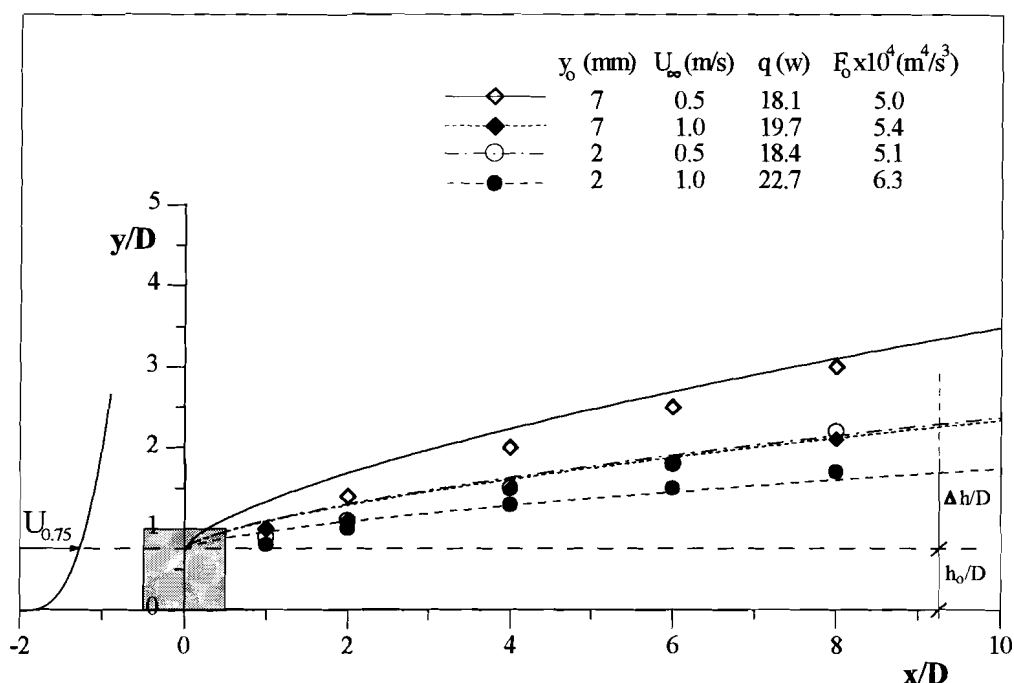
onde  $W_o$  é a velocidade vertical inicial da pluma e  $R_o$  é o raio inicial da pluma.

A figura 4.18 representa o resultado final da aplicação da fórmula (4.6.6), na sua forma adimensional, para relacionar entre si os valores experimentais. Novamente, se obtém a melhor correlação quando se utiliza como velocidade característica, o seu valor a 3/4 do topo do cubo, nível que corresponde, por sua vez, a  $h_o$ .

A expressão de cálculo da evolução longitudinal do eixo da pluma é, na forma adimensional:

$$\frac{y}{D} = \frac{h_o}{D} + \frac{\Delta h}{D} = 0.75 + 1.6D^{-1/3} \cdot F_o^{1/3} \cdot U_{0.75}^{-1} \cdot \left(\frac{x}{D}\right)^{2/3}, \quad (4.6.8)$$

sendo  $F_o$  novamente dado pela expressão (4.5.6).



**Figura 4.18** - Evolução longitudinal dos eixos das plumas térmicas em convecção mista.  
Símbolos - Valores experimentais. Curvas - Equação (4.6.8).

Finalmente, a figura 4.19 reproduz as plumas térmicas obtidas experimentalmente, já representadas na figura 4.15, mas agora em termos dos modelos analíticos que se acabam de descrever e aplicar. Inclui-se também a representação de uma pluma calculada com base nas expressões empíricas (4.6.4) e (4.6.8), para valores de  $Re/\sqrt{Gr}$  muito baixos, não concretizáveis no túnel aerodinâmico com a presente montagem experimental e equipamento de medida.

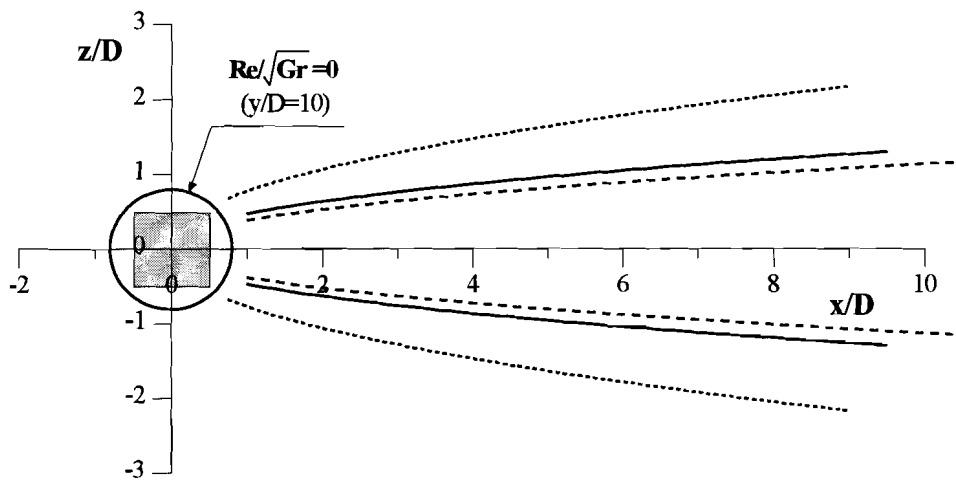
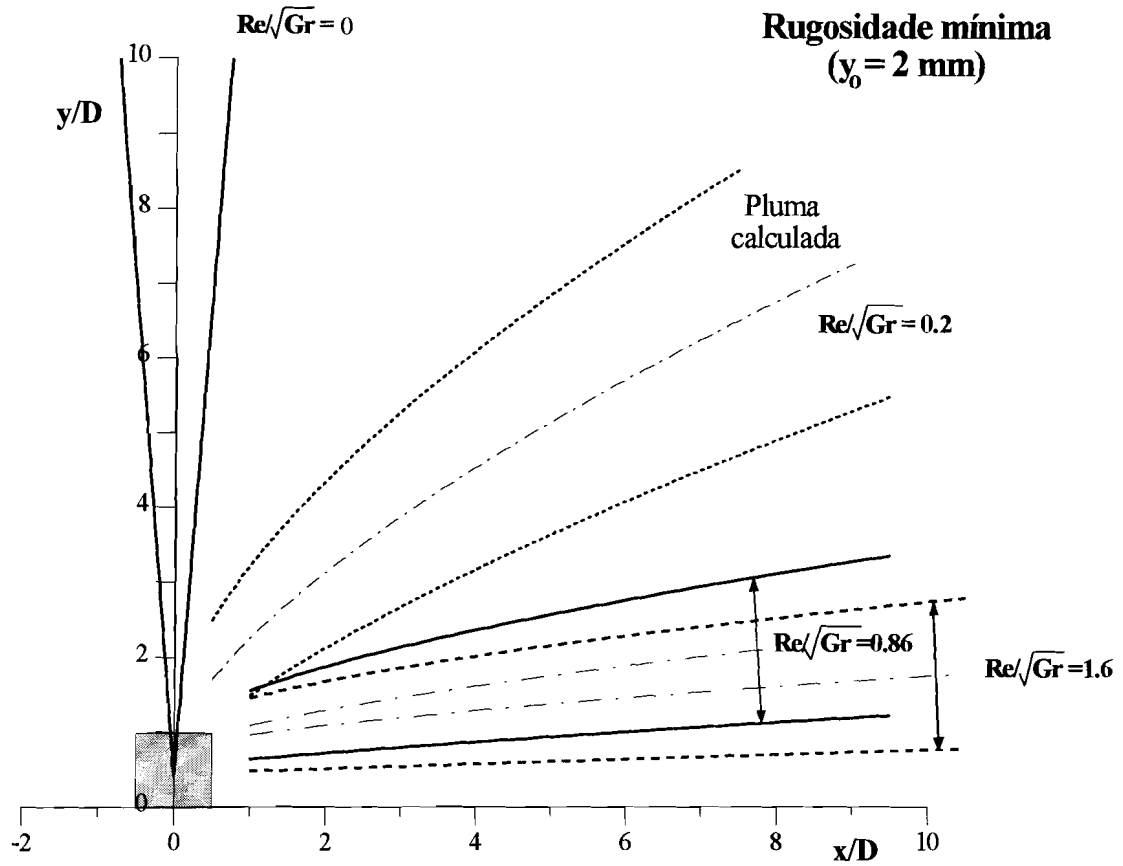


Figura 4.19 - Evolução das plumas térmicas em convecção mista, segundo o modelo gaussiano. Rugosidade mínima.

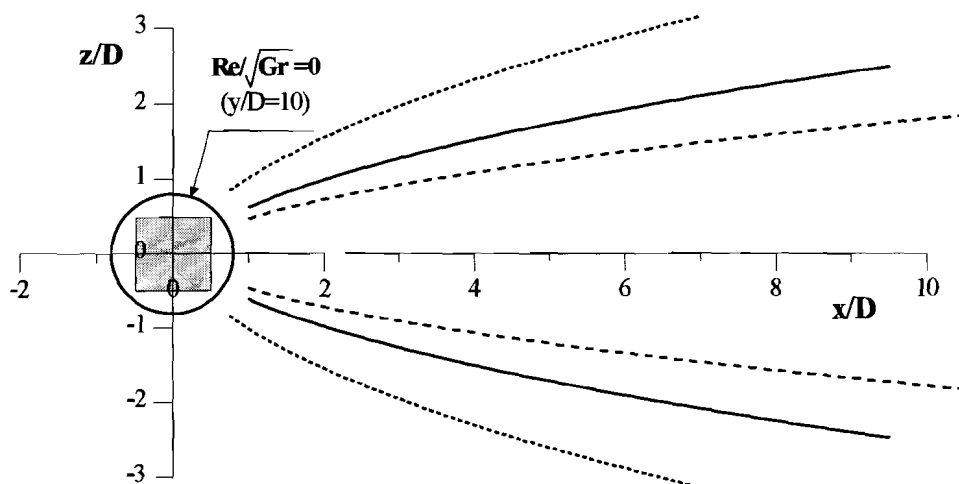
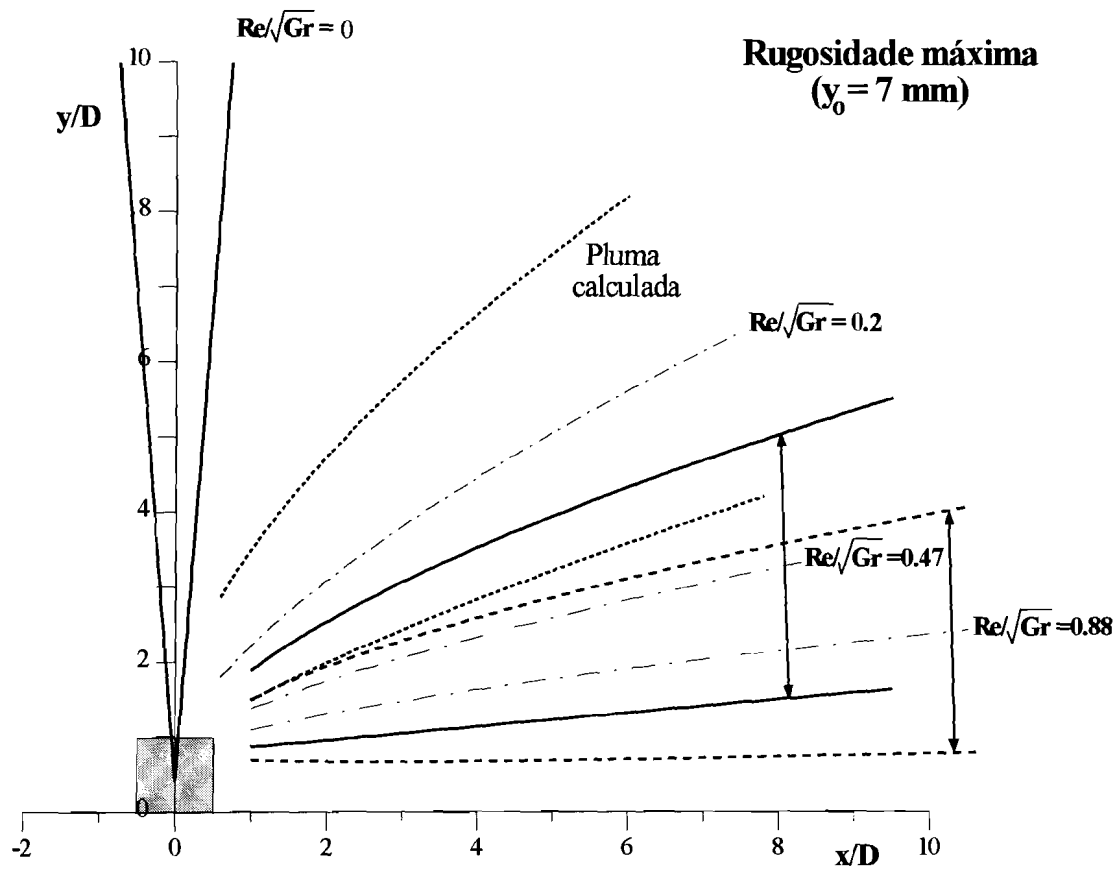


Figura 4.19 (conclusão) - Rugosidade máxima.



Refira-se, entretanto, que aqueles cálculos pressupõem que a difusividade térmica turbulenta permanece constante e tal não acontece quando se caminha para a condição de convecção natural, pois de outro modo não se atingiriam as dimensões da pluma representada na figura, para aquela condição limite.

Reforça-se assim a convicção de que a velocidade na camada limite ao nível  $y = 0.75 D$  é a mais representativa da interação do escoamento com o cubo, quer ele esteja aquecido, quer não esteja. Em termos de interação dinâmica é também, *grosso modo*, naquele nível que se encontra o ponto de estagnação, o qual parece funcionar como um ponto donde radia não só toda a pluma térmica, como afinal todo o processo convectivo em torno do cubo. De facto e como se viu, não só os resultados relativos aos coeficientes de transferência de calor como aqueles relativos aos coeficientes de resistência, concordam com os resultados de outros autores desde que se utilize aquele valor da velocidade de referência..

Uma vez identificada a velocidade característica da interação do escoamento com o cubo, os resultados finais permitem concluir que existe uma grande analogia entre os processos convectivos que determinam a evolução da esteira aquecida resultante da interação do escoamento de camada limite com o cubo aquecido e os processos característicos de plumas gaussianas inclinadas com origem praticamente pontual. A saída de uma chaminé poderá ser considerada como tal, se compararmos as suas dimensões com as dimensões rapidamente adquiridas pelas plumas aí geradas ou mesmo com a altura da chaminé que é normalmente suficiente grande de modo a evitar a interferência das plumas com o próprio solo ou a sua proximidade, nas condições atmosféricas mais adversas.

# *Capítulo 5*

---

## *Resultados de simulação numérica*

### **5.1 - Considerações gerais**

Este capítulo é inteiramente dedicado à simulação numérica, descrevendo-se, no início, as particularidades relevantes do programa de cálculo automático utilizado e procedendo, em seguida, à análise e discussão de resultados obtidos para determinadas situações, consideradas típicas daquelas que foram previamente objecto de simulação experimental. Pretende-se sobretudo criar uma ferramenta de cálculo, complementar à simulação experimental, que permita obter soluções mais rápidas e menos onerosas para uma variedade de situações de interesse prático, dispensando eventualmente o recurso à simulação experimental, em domínios de validade devidamente testados.

A versão do programa de cálculo automático que foi disponibilizada para adaptação às condições do presente estudo, fora elaborada por Delgado (1989) para escoamentos tridimensionais, a partir de uma versão bidimensional do código TEACH-T. Era aplicada a um espaço interior cúbico, provido de uma fonte de calor e em contacto com o exterior por meio de aberturas, simulando condições de ventilação natural em edifícios. Trata-se de um esquema numérico que utiliza um modelo k- $\epsilon$  a duas equações, o algoritmo SIMPLE para a solução do campo de pressões e uma discretização do tipo híbrido, numa malha alternada.

A primeira tarefa consistiu, portanto, em alterar as condições de fronteira tendo em vista os escoamentos externos, nomeadamente as camadas limites sobre superfícies planas, mais ou menos rugosas. Deste modo, começou-se por simular o desenvolvimento da camada limite turbulenta ao longo da câmara de experiências do túnel aerodinâmico, quer na condição de superfície lisa, para a qual estão disponíveis resultados semi-empíricos e resultados experimentais do próprio autor, quer nas condições de superfície rugosa, que correspondem ao objectivo principal do presente trabalho. Os resultados obtidos nesta

primeira fase foram bastante satisfatórios, confirmando a aptidão do modelo  $k-\epsilon$ , utilizado no programa, para este tipo de situações (Rodi, 1985; Murakami et al., 1995). Permitiram, simultaneamente, verificar que as necessárias alterações ao programa foram adequadamente introduzidas no código de cálculo.

Em seguida, simulou-se a presença de um corpo cúbico assente na superfície, apenas como obstáculo não aquecido, analisando o campo de pressões nas faces do cubo e o campo de velocidades, quer na esteira próxima, quer na esteira afastada, detectando então algumas diferenças em relação a resultados experimentais disponíveis, particularmente na vizinhança imediata do corpo. Finalmente, procedeu-se à simulação da transferência de calor a partir do cubo aquecido, em condições físicas que vão desde a convecção natural à convecção forçada. A comparação dos resultados de simulação numérica com os de origem experimental permitiu realçar os méritos do programa, apontar algumas deficiências e antever caminhos para melhorar os resultados.

## **5.2 - Fundamentos do programa de cálculo automático**

Em grande parte das aplicações em engenharia, interessa fundamentalmente conhecer a distribuição dos valores médios das principais grandezas envolvidas como, por exemplo, a velocidade, a temperatura, a intensidade de turbulência, etc. Por outro lado, a generalidade dos escoamentos reais que interessa estudar são francamente turbulentos, abrangendo importantes flutuações de carácter aleatório, associadas a escalas de comprimento e tempo muito diversificadas, que tornam inviável a integração directa das equações instantâneas de Navier-Stokes. Ora, o programa de cálculo automático utilizado procura, precisamente, estabelecer um compromisso entre estas duas vertentes da questão, recorrendo à formulação de Reynolds e modelando os termos turbulentos que decorrem daquela formulação.

O programa incorpora, nomeadamente, o conhecido modelo de turbulência  $k-\epsilon$  a duas equações, sendo o escoamento tridimensional descrito em termos das suas propriedades médias estatísticas, com os termos turbulentos (tensões e fluxos de calor) expressos por meio de coeficientes de difusão turbulenta, que são determinados a partir dos valores locais de duas grandezas médias da turbulência: a energia cinética da turbulência,  $k$ , e a sua taxa de dissipação,  $\epsilon$ .

### 5.2.1- As equações fundamentais

A aplicação das leis universais de conservação de massa, de quantidade de movimento e de energia ao escoamento em estudo dá lugar a um conjunto de equações às derivadas parciais que exprimem o equilíbrio local no seio do fluido. Referidas à unidade de volume deste e recorrendo a notação tensorial cartesiana, estas equações podem ser expressas na seguinte forma:

- *equação de conservação de massa* (eq. da continuidade)

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\tilde{\rho} \tilde{U}_i) = 0 \quad (5.2.1)$$

- *equações de conservação de quantidade de movimento* (Navier-Stokes)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\tilde{\rho} \tilde{U}_j) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\tilde{\rho} \tilde{U}_i \tilde{U}_j) - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \mu \cdot \left( \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{U}_k}{\partial x_k} \cdot \delta_{ij} \right) \right] + \\ + \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_j} + (\tilde{\rho} - \rho_0) g_j = 0 \end{aligned} \quad (5.2.2)$$

- *equação de conservação da energia*

$$\frac{\partial}{\partial t} (\tilde{\rho} \tilde{T}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\tilde{\rho} \tilde{U}_i \tilde{T}) - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} \right) - S_T = 0, \quad (5.2.3)$$

onde  $\tilde{U}_i, \tilde{P}, \tilde{T}$  e  $\tilde{\rho}$  são os valores locais e instantâneos da velocidade, pressão, temperatura e massa volúmica, respectivamente;  $\mu$  é a viscosidade dinâmica;  $\Gamma, = \lambda/c_p$ , é um coeficiente de difusividade para a temperatura, sendo  $\lambda$  a condutividade térmica do fluido e  $c_p$  o calor específico a pressão constante;  $g_j$  é a componente local da aceleração da gravidade segundo a direcção  $j$ ;  $\delta_{ij}$  é o operador delta de Kronecker e  $t$  designa a variável tempo. Em (5.2.3),  $S_T$  é um termo fonte que engloba hipotéticas fontes de calor. Refira-se, por último, que a forma apresentada pelas equações de conservação de quantidade de movimento resulta de terem sido subtraídas pela equação da pressão hidrostática,  $\partial P_0 / \partial x_j + \rho_0 g_j = 0$ , de modo a evidenciar a origem das forças de impulsão

gravítica  $(\tilde{p} - \rho_0)g_j$ .  $\tilde{P}$  é uma pressão relativa a um estado de referência ( $P_0, T_0, \rho_0$ ), sendo estas variáveis de estado ligadas pela conhecida equação dos gases perfeitos, que é suposta válida para o ar, nas condições do presente estudo:  $p = \rho RT$ . Com esta equação de estado, temos um sistema de equações diferenciais determinado.

Por um lado, não se conhecem soluções exactas para as anteriores equações diferenciais, a não ser para casos muito particulares, que não correspondem à realidade física que se pretende analisar. Por outro, a natureza aleatória (com variação no tempo) levaria à simulação numérica destas equações instantâneas para intervalos de tempo e escalas de comprimento inferiores aos encontrados na estrutura de pequena escala, nomeadamente responsável pela dissipação da energia, mas isso implicaria uma discretização tão fina do escoamento, em termos de espaço/tempo, que rapidamente se atingiriam os limites de capacidade dos poderosos meios de cálculo dos nossos dias.

Não obstante se continuar a insistir na integração numérica das equações instantâneas, têm surgido nos últimos anos soluções intermédias para o problema, que se baseiam nas propriedades médias dos escoamentos e em modelos da turbulência, mais ou menos simples, que de algum modo levam em conta as características turbulentas do escoamento e vão procurando resolver os mais variados problemas de engenharia. É o caso do modelo de turbulência k- $\epsilon$  que integra o presente programa de cálculo automático.

Assim sendo, o escoamento é descrito em termos das suas grandezas médias estatísticas. No presente caso, considera-se apenas o regime estacionário e o ar é tido como incompressível, embora dilatável por força das variações de temperatura. Decompondo as grandezas instantâneas na soma do valor médio, função apenas das coordenadas espaciais, com a correspondente flutuação turbulenta, as equações (5.2.1), (5.2.2) e (5.2.3) dão origem às seguintes equações de conservação para o escoamento médio turbulento:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i) = 0, \quad (5.2.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i U_j) - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \mu \cdot \left( \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \cdot \delta_{ij} \right) - \overline{\rho u_i u_j} \right] + \\ + \frac{\partial P}{\partial x_j} + (\rho - \rho_0)g_j = 0 \end{aligned} \quad (5.2.5)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i T) - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma \frac{\partial T}{\partial x_i} - \overline{\rho u_i T'} \right) - S_T = 0. \quad (5.2.6)$$

Nestas equações, habitualmente designadas por *equações de Reynolds*, figuram duas incógnitas adicionais que tornam o sistema indeterminado: as correlações de 2ª ordem  $\overline{u_i u_j}$  e  $\overline{u_i T'}$ . Associadas às tensões de Reynolds e à difusão turbulenta da temperatura, respectivamente, elas vão ser modeladas em função de  $k$  e  $\varepsilon$ , pois a dedução de equações diferenciais exactas adicionais para aquelas correlações, sendo possível, introduziria correlações de 3º ordem. A repetição do processo, introduziria correlações de ordem sucessivamente superior, inviabilizando o fecho matemático do problema.

### 5.2.2- O modelo de turbulência k-ε

De entre os vários modelos de turbulência desenvolvidos nas últimas décadas, o modelo aqui utilizado é o conhecido modelo k-ε que tem sido bastante testado (Rodi, 1985; Murakami et al., 1995) e é largamente usado, tornando-se muito popular e bem sucedido em inúmeras aplicações de interesse prático.

#### Hipóteses simplificativas

Neste modelo, adopta-se a hipótese de elevados números de Reynolds turbulentos locais ( $Re_t = \rho k^2 / \mu \varepsilon \gg 1$ ). Esta hipótese baseia-se em duas considerações importantes: por um lado, os movimentos turbulentos de larga escala predominam no processo de transferência de quantidade de movimento, sendo a viscosidade efectiva praticamente o resultado da contribuição da viscosidade turbulenta ( $\mu_{ef} = \mu + \mu_t \approx \mu_t$ ); por outro lado, ao nível das mais pequenas escalas da turbulência, onde a energia cinética turbulenta é dissipada convertendo-se em energia interna do fluido, o mecanismo é alheio ao que se passa na turbulência de larga escala, processando-se em condições próprias da turbulência homogénea (*hipótese de isotropia local*), podendo escrever-se para a taxa de dissipação:

$$\varepsilon \equiv \nu \cdot \overline{\left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^2} . \quad (5.2.7)$$

Utiliza-se também o conceito de difusão gradiente, devido a Boussinesq, segundo o qual, em analogia com as tensões viscosas em escoamentos laminares, se admite que as tensões turbulentas são proporcionais aos gradientes de velocidade média:

$$-\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \cdot \left( \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right) \cdot \delta_{ij}, \quad (5.2.8)$$

expressão válida também para as tensões normais, por recurso ao operador delta de Kronecker, em coerência com a definição da energia cinética da turbulência,

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i}. \quad (5.2.9)$$

Ainda em analogia com os escoamentos laminares, considera-se que o fluxo turbulento de calor é proporcional ao gradiente da temperatura média:

$$-\overline{\rho u_i T'} = \Gamma_t \frac{\partial T}{\partial x_i}, \quad (5.2.10)$$

sendo esta expressão análoga à lei de Fourier de condução de calor.

Os coeficientes de proporcionalidade,  $\mu_t$  e  $\Gamma_t$ , viscosidade e coeficiente de difusividade térmica turbulentas, respectivamente, são assim designados por analogia com as correspondentes propriedades moleculares do fluido, mas os seus valores dependem não apenas destas últimas, mas também, e sobretudo, das características locais da turbulência. Usando a analogia de Reynolds entre a transferência de calor e de quantidade de movimento, considera-se haver proporcionalidade entre as duas grandezas, definindo um *número de Prandtl turbulento*,

$$Pr_t = \frac{\mu_t}{\Gamma_t}, \quad (5.2.11)$$

que adquire valores da ordem de 1, em muitos escoamentos.

De acordo com as expressões (5.2.8) e (5.2.10), pode-se substituir as tensões e os fluxos turbulentos nas equações (5.2.5) e (5.2.6). O problema da modelação da turbulência reside agora na determinação da viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ .

Em analogia com a viscosidade molecular, considera-se que a viscosidade turbulenta é proporcional a uma escala representativa das flutuações turbulentas da velocidade, e a uma escala de comprimentos, característica dos turbilhões mais energéticos presentes no

escoamento. A chamada relação de Prandtl-Kolmogorov traduz esta lei de proporcionalidade nos seguintes termos:

$$\mu_t = \rho C_\mu k^{1/2} l_t, \quad (5.2.12)$$

em que  $k^{1/2}$  é adoptado para escala das flutuações da velocidade e  $l_t$  para escala de comprimentos, sendo  $C_\mu$  uma constante de proporcionalidade, de origem empírica.

O modelo k- $\varepsilon$  utiliza o conceito de *equilíbrio local* entre a produção e a dissipação de energia turbulenta, podendo escrever-se:

$$\varepsilon = \frac{\partial k}{\partial t} \propto \frac{k}{t_t}, \quad (5.2.13)$$

onde  $t_t$  é uma escala de tempo característica dos turbilhões mais energéticos, cuja escala de comprimentos é  $l_t$ , como acima referido. Pode então estimar-se  $t_t$  como  $l_t/k^{1/2}$ , vindo, de acordo com (5.2.13),  $\varepsilon$  proporcional a  $k^{3/2}/l_t$ . Substituindo este resultado em (5.2.12), obtem-se

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (5.2.14)$$

Dispondo desta expressão que relaciona a viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ , com  $k$  e  $\varepsilon$ , faltam precisamente as equações de transporte destas duas grandezas, para o fecho matemático do sistema de equações.

### As equações de transporte para k e $\varepsilon$

As equações para  $k$  e  $\varepsilon$ , na sua forma exacta, podem ser deduzidas a partir das equações instantâneas de conservação de quantidade de movimento (Tennekes et Lumley, 1972). Aparecem novas correlações incógnitas que obrigam à modelação dos termos onde aparecem. A descrição pormenorizada dos termos destas equações é aqui omitida. No entanto, refere-se, a título de exemplo, que os termos difusivos que integram ambas as equações são modelados admitindo novamente a hipótese de difusão gradiente, quer para  $k$ , quer para  $\varepsilon$ : o termo de difusão turbulenta de cada uma destas duas grandezas é proporcional ao gradiente da própria grandeza. Há ainda um número considerável de novas correlações, de comportamento pouco conhecido, que implicam hipóteses adicionais de origem empírica.



De acordo com as simplificações apresentadas e as hipóteses adicionais referidas, as equações de transporte para  $k$  e  $\varepsilon$  adquirem, segundo Rodi (1985), o seguinte aspecto:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i k) - \frac{\partial}{\partial x_i} (\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_i}) - G - B + \rho \varepsilon = 0 \quad (5.2.15)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i \varepsilon) - \frac{\partial}{\partial x_i} (\Gamma_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}) - C_1 \frac{\varepsilon}{k} (G + B) \cdot (1 + C_3 R_f) - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} = 0. \quad (5.2.16)$$

$\Gamma_k = \frac{\mu_t}{Pr_k}$  e  $\Gamma_\varepsilon = \frac{\mu_t}{Pr_\varepsilon}$  são coeficientes difusivos, em que os denominadores são constantes empíricas;

$G = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left[ \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right]$ , representa a transferência de energia cinética do escoamento médio para o movimento turbulento;

$B = -\beta g_i \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i}$ , é o termo da produção ( $\partial T / \partial x_i < 0$ ) ou destruição ( $\partial T / \partial x_i > 0$ ). à produção de energia cinética turbulenta promovida pela impulsão térmica.

Os valores das constantes empíricas utilizados no presente trabalho constam da tabela 5.1. Os valores de  $C_3$  e de  $Pr_t$  merecem uma referência especial, na medida em que não são considerados universais, contrariamente aos restantes. O valor de  $C_3$  está relacionado com o modo como é definido o parâmetro  $R_f$  (Rodi, 1978) que também integra a equação de  $\varepsilon$  e que é um número de fluxo, de Richardson. O valor de  $Pr_t = 0.7$ , adoptado no presente trabalho, foi o resultado dum estudo paramétrico com vista a uma melhor correlação entre os resultados numéricos e os experimentais.

**Tabela 5.1** - Valores utilizados para as constantes do modelo  $k - \varepsilon$

$C_\mu$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$Pr_k$	$Pr_\varepsilon$	$Pr_t$
0.09	1.44	1.92	0.8	1.0	1.3	0.7

As equações (5.2.14) a (5.2.16) em conjunto com as três equações de conservação de quantidade de movimento e a equação da continuidade formam agora um sistema de equações diferenciais determinado.

### 5.3 - Condições de fronteira

Ao procurar resolver este sistema de equações, por via de integração numérica, nos escoamentos de camada limite do presente estudo, surge um problema na proximidade das paredes sólidas. Inevitavelmente, na vizinhança imediata destas, os números de Reynolds da turbulência são baixos, os efeitos viscosos tornam-se preponderantes e a condição de isotropia local deixa de ser válida, em perfeita contradição com as condições de validade do modelo. Em vez de modificar as equações para tomar em consideração a anisotropia e a influência da viscosidade molecular, obrigando normalmente ao uso de malhas de discretização muito finas, é preferível recorrer ao conhecimento do comportamento do fluido junto às paredes, especificando *leis de parede* adequadas, nos pontos da malha de discretização mais próximos da fronteira sólida.

Apresentam-se em seguida, resumidamente, as leis de parede utilizadas no programa de cálculo, cujos critérios de aplicação se descrevem pormenorizadamente em Delgado (1989), exceptuando o caso da lei de parede para a velocidade na camada limite sobre superfícies muito rugosas, que foi adaptada para tomar em conta os parâmetros característicos da rugosidade.

#### Leis de parede

Definindo na forma habitual a distância à parede adimensionalizada

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad (5.3.1)$$

e a distribuição de velocidades na forma adimensional

$$U^+ = \frac{U}{u_\tau}, \quad (5.3.2)$$

a subcamada viscosa é prolongada até  $y^+ = 11.63$ , valor a partir do qual se considera vigorar a subcamada de inércia, não se considerando, portanto, a região de transição.

Na subcamada viscosa, a distribuição de velocidade é linear,

$$U^+ = y^+, \quad (5.3.3)$$

e na subcamada de inércia, a distribuição de velocidade é logarítmica,

$$U^+ = \frac{1}{\chi} \ln(Ey^+). \quad (5.3.4)$$

Nesta última equação,  $E$ , é uma constante de integração, que depende da rugosidade da parede, e vale 9.793 para superfícies lisas.

A lei de parede (5.3.4) foi usada no presente estudo, quando se simulou o desenvolvimento da camada limite sobre superfície lisa e nos nós da malha junto às paredes sólidas do cubo. Quando se simulou o escoamento sobre as superfícies muito rugosas, a lei logarítmica foi adaptada para levar em conta a altura de rugosidade, tal como, por exemplo, em Murakami (1995), adquirindo a forma

$$U^+ = \frac{1}{\chi} \ln\left(\frac{y - d}{y_0}\right), \quad (5.3.5)$$

perfeitamente análoga à equação (3.2.1).

Quanto às condições de fronteira para a temperatura, o programa de cálculo prevê que se especifique o valor da temperatura na parede sólida ou o valor do fluxo de calor que a atravessa. Define-se uma temperatura adimensional

$$T^+ = \frac{\rho c_p u_\tau (T_p - T)}{q_p} \quad (5.3.6)$$

onde  $T_p$  é a temperatura na fronteira sólida e  $q_p$  é o fluxo de calor trocado com a parede. Na subcamada viscosa a distribuição de temperatura também é linear

$$T^+ = Pr y^+, \quad (5.3.7)$$

sendo  $Pr$  o número de Prandtl do fluido. Na subcamada de inércia, a distribuição de temperatura é dada por

$$T^+ = Pr_t \cdot \left[ U^+ + P \cdot \left( \frac{Pr}{Pr_t} \right) \right] \quad (5.3.8)$$

onde  $P$  é uma constante de integração que depende do valor local da relação  $Pr/Pr_t$  e que exprime a contribuição da subcamada viscosa para a resistência térmica efectiva.

Como as hipóteses do modelo de turbulência só são válidas na subcamada de inércia, os pontos da malha de discretização mais próximos da parede devem ser tais que  $30 < y^+ < 400$ . Nesta região do escoamento, a equação de transporte de  $k$  reduz-se a

$$k = \frac{\tau_p}{\rho C_\mu^{1/2}} \quad \text{ou} \quad \tau_p = \rho C_\mu^{1/2} k \quad (5.3.9)$$

Relacionando (5.3.9) com (5.3.1), obtém-se uma expressão que permite determinar  $y^+$ :

$$y^+ = \frac{y \rho C_\mu^{1/4} k^{1/2}}{\mu} \quad (5.3.10)$$

A condição de fronteira para a taxa de dissipação  $\varepsilon$  é definida a partir da energia cinética da turbulência e é dada por

$$\varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\chi y} \quad (5.3.11)$$

### Condições de entrada

Quando se simula a geração e desenvolvimento da camada limite ao longo da câmara de experiências, é dado, à entrada da câmara, um perfil de velocidades uniforme e a malha de discretização abrange praticamente os 9 m de comprimento disponíveis, permitindo analisar a camada limite até à estação de trabalho, definida nos ensaios experimentais. Quando se simula a interacção do cubo, assente na superfície, com a camada limite, a malha confina-se à região próxima do cubo, para aproveitar melhor a capacidade de memória do computador, permitindo adensar a malha na vizinhança imediata do corpo.

São dados então os perfis da velocidade média e da componente longitudinal da intensidade de turbulência, relativos ao escoamento de aproximação, a uma distância igual a 5D, para barlavento do obstáculo.

O perfil de energia cinética da turbulência na secção  $x = -5D$  é estimado a partir da intensidade de turbulência, através da expressão

$$k = \frac{3}{2} (UI_t)^2 \quad \text{com} \quad I_t = \frac{\sqrt{u^2}}{U} . \quad (5.3.12)$$

O perfil da taxa de dissipação na mesma secção é definido a partir da energia cinética da turbulência, calculada por (5.3.12), introduzindo como escala de comprimentos a distância à parede sólida

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{y} . \quad (5.3.13)$$

## 5.4 - Método de solução numérica

Este parágrafo é dedicado ao programa de cálculo automático utilizado (Delgado, 1989) com vista à resolução numérica do sistema de equações diferenciais não lineares e tridimensionais que foram apresentadas nos parágrafos precedentes. Não tendo sido alterada a essência do programa original, considera-se dispensável, no presente contexto, a descrição de todos os pormenores de computação, na medida em que estes poderão ser consultados na dissertação de doutoramento acima referida. Todavia, considera-se oportuno salientar, ainda que de modo sucinto, os aspectos mais importantes do programa.

Para substituir o domínio contínuo do escoamento por um domínio discreto de cálculo, utiliza-se neste programa um esquema de *malhas alternadas* que tem reconhecidas vantagens de natureza numérica (Patankar, 1980), ligadas à interdependência directa do campo de velocidades com o campo de pressões.

Para a discretização das equações de transporte, é utilizada uma forma geral de equação diferencial

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i \Phi) - \frac{\partial}{\partial x_i} (\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}) - S_\Phi = 0, \quad (5.4.1)$$

onde a variável genérica  $\Phi$  adquire sucessivamente os valores de  $I$ ,  $U_i$ ,  $T$ ,  $k$  e  $\varepsilon$ , sendo o coeficiente difusivo,  $\Gamma_\Phi$ , e o termo fonte,  $S_\Phi$ , especificados para cada caso.

Integrando a equação (5.4.1) num volume de controlo elementar,  $V_p$ , relativo a um ponto genérico e recorrendo ao teorema da divergência para a transformação de integrais volúmicos em integrais de superfície, obtém-se

$$\iint_{S_p} (\rho \vec{U} \Phi - \Gamma_\Phi \vec{\nabla} \Phi) \cdot \vec{n} \, ds = \iiint_{V_p} S_\Phi \, dv \quad (5.4.2)$$

onde  $S_p$  representa a superfície do volume de controlo  $V_p$ .

A equação (5.4.2) representa o balanço entre o fluxo de  $\Phi$  através da superfície de controlo (1º membro) e a produção ou a destruição de  $\Phi$  no interior do volume de controlo (2º membro), desempenhando um papel fundamental no algoritmo de cálculo. A quantificação dos termos envolvidos no balanço efectuado em cada volume de controlo passa pela determinação de gradientes da variável  $\Phi$ , obrigando a adoptar hipóteses relativas ao modo como a variável evolui entre pontos nodais adjacentes. O esquema de interpolação adoptado com este objectivo é um *esquema híbrido de discretização*, que procura tirar partido das diferenças centradas e das diferenças a montante, sendo utilizadas umas ou outras conforme a importância relativa das contribuições convectiva e difusiva locais para o fenómeno de transporte (Patankar, 1980).

Com a linearização do termo fonte, a equação (5.4.1) passa a ser expressa através duma equação algébrica, que aplicada a todo o domínio de cálculo, produz um *sistema de equações algébricas* para cada variável  $\Phi$ . Este sistema de equações algébricas é resolvido por um processo de varrimento linha-a-linha, por meio do algoritmo de resolução para matrizes tridiagonais TDMA.

Apesar da linearidade aparente destas equações algébricas, os seus coeficientes podem depender de  $\Phi$  ou de outras variáveis. O processo de convergência passa pela actualização dos coeficientes no início de cada ciclo iterativo, podendo ser lento, manifestar uma evolução oscilatória dos valores da variável ou mesmo tender a divergir. Para contrariar estes efeitos, recorre-se a *factores de subrelaxação* das equações.

A determinação do campo de pressões, da qual depende directamente o campo de velocidades, é efectuada através de um método iterativo, vulgarmente designado por algoritmo SIMPLE que engloba a utilização de uma equação diferencial de correcção da pressão, que vem substituir a equação da continuidade (Patankar, 1980).

No presente estudo, a existência de um plano vertical longitudinal de simetria na câmara de experiências permitiu considerar apenas metade do domínio do escoamento, com ganhos evidentes ao nível do aproveitamento da capacidade de memória e tempo de cálculo. Aquele plano de simetria, bem como as paredes laterais do túnel aerodinâmico, são fronteiras do domínio de integração onde são anulados os correspondentes coeficientes convectivos e os gradientes transversais das variáveis.

Para a superfície que no domínio de cálculo corresponde à soleira do túnel, foram anulados os coeficientes convectivos nas faces dos volumes de controlo que confinam com a fronteira sólida, e introduzidas as forças de corte como termos fonte nas equações discretizadas, recorrendo às leis de parede. Ao simular a interacção do cubo aquecido com a camada limite, introduziu-se, sistematicamente, a temperatura superficial do cubo como condição de fronteira. No entanto, como se conhece a potência calorífica convectada correspondente, testou-se uma versão do programa em que se introduziu o fluxo de calor como condição de fronteira, obtendo-se resultados praticamente idênticos.

O programa correu no Centro de Cálculo da Faculdade de Ciências e Tecnologia, da UNL, tendo sido utilizados computadores IBM RISC - Sistem 6000.

O tempo de cálculo necessário para que os resultados atingissem o nível de convergência exigido variava entre alguns minutos e um pouco mais de uma hora.

Apresentam-se e discutem-se, em seguida os resultados numéricos obtidos para as condições do presente estudo.

A simulação numérica do desenvolvimento da camada limite turbulenta ao longo de superfícies planas, lisas ou rugosas, com recurso ao modelo de turbulência k- $\epsilon$  foi já bastante testada com êxito por vários autores. Os presentes resultados apontam no mesmo sentido, comprovando que a alteração introduzida na versão inicial do código de cálculo, para o adaptar à simulação do escoamento no túnel aerodinâmico, foi bem sucedida. Rodi (1985) documenta o sucesso do modelo com resultados relativos a camada limite sobre superfície plana na ausência de gradiente longitudinal de pressão e Murakami (1995) compara a eficiência dos vários modelos nos diversos tipos de escoamento, reforçando a aptidão do modelo k- $\epsilon$  para os escoamentos de camada limite sobre superfície plana.

### 5.5.1 - Evolução da espessura da camada limite

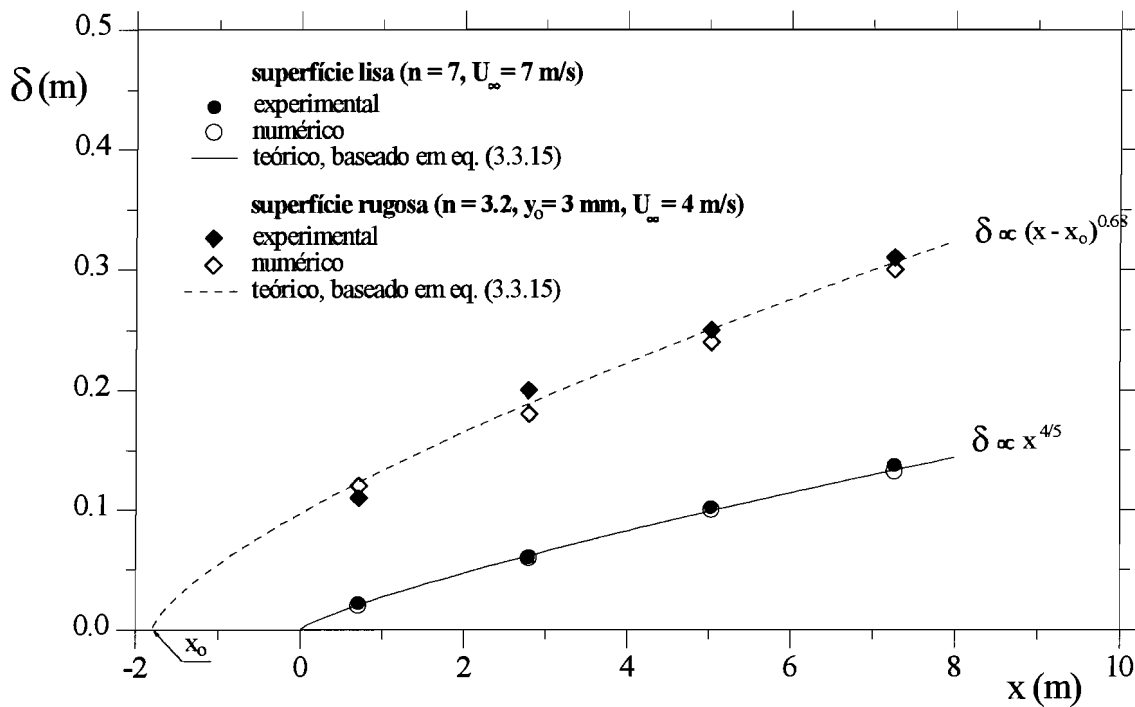
Na figura 5.1 apresentam-se os resultados relativos à evolução da espessura da camada limite, ao longo da câmara de experiências, para a situação de superfície lisa e para uma das rugosidades intermédias utilizadas no túnel ( $y_0 = 3$  mm). Comparam-se os resultados obtidos por simulação numérica (doravante designados por numéricos) com resultados experimentais, obtidos inicialmente pelo autor, logo que foi concluída a instalação da câmara de experiências no túnel aerodinâmico. Ambos são comparados com os previstos teoricamente, de acordo com as relações teóricas, referidas em 3.3, baseadas na lei de potência.

O caso mais simples é, sem dúvida, o desenvolvimento da camada limite sobre superfície lisa, com a origem propriamente na entrada da câmara de experiências e com a espessura evoluindo proporcionalmente a  $x^{4/5}$ , tal como previsto pelos clássicos modelos semi-empíricos. Quer os resultados numéricos, quer os experimentais, obedecem quase perfeitamente à evolução prevista.

O caso da superfície rugosa não é tão simples de analisar, à partida, porque é necessário determinar uma origem virtual para barlavento da entrada da câmara de experiências. O crescimento é então analisado em termos de  $x-x_0$  e não simplesmente com  $x$ , contado a



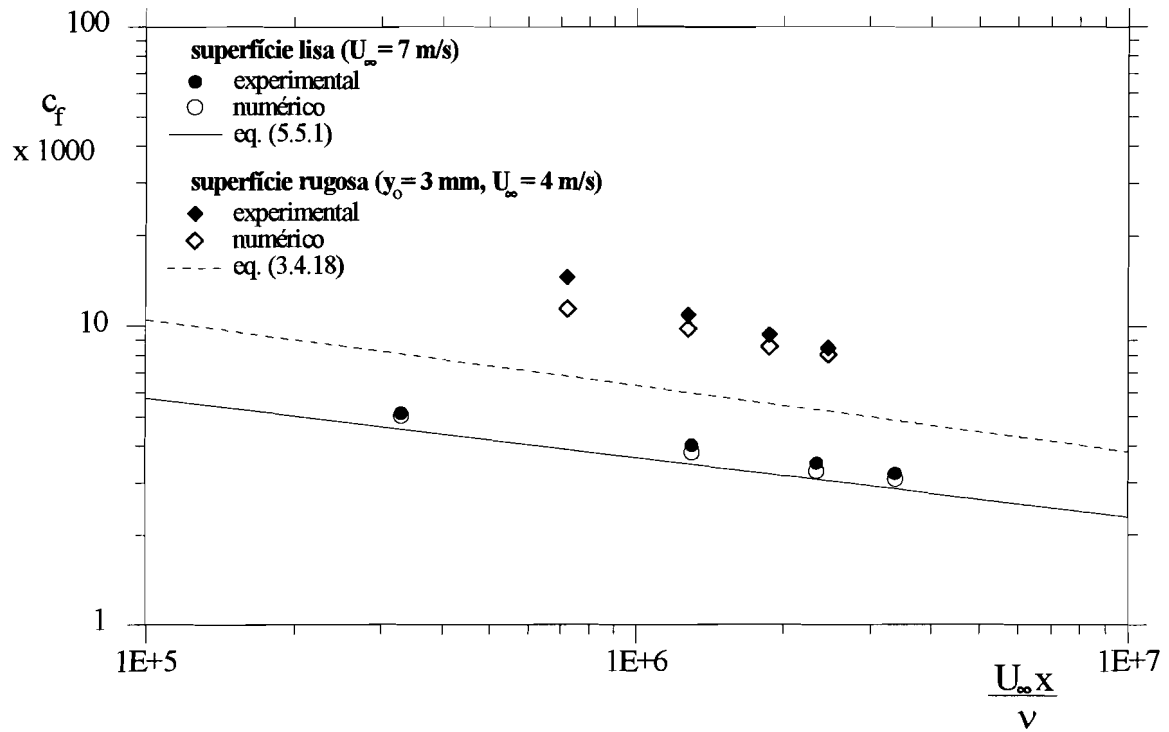
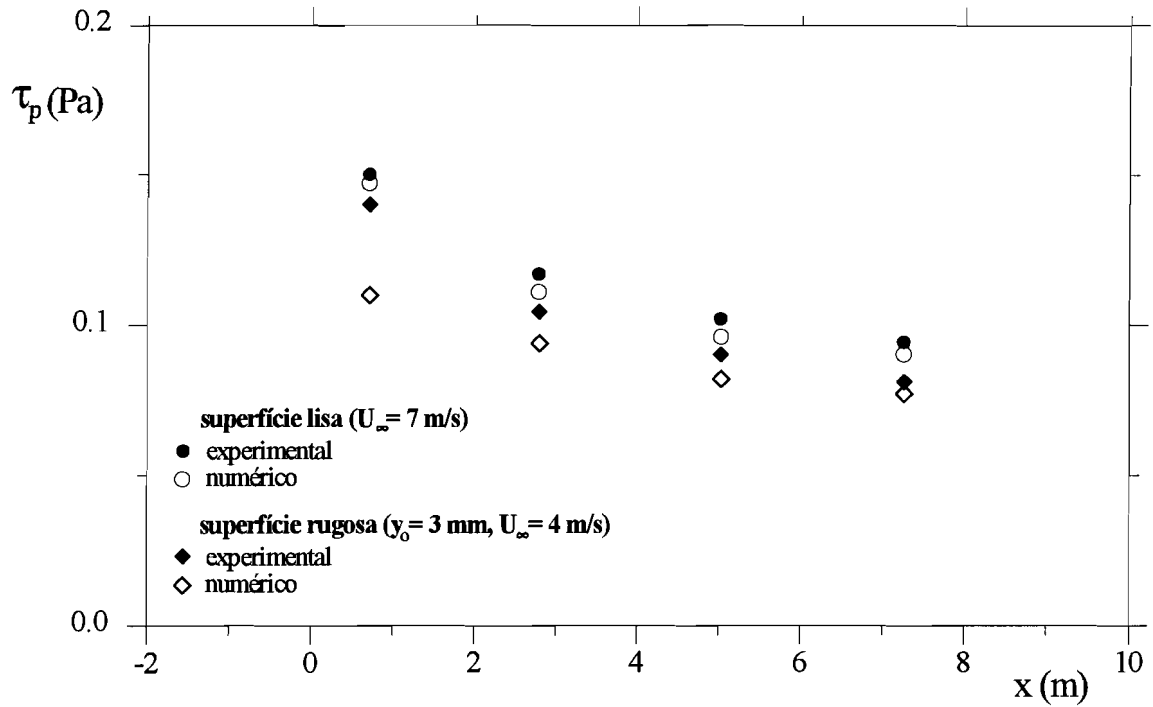
partir do início da câmara de experiências. Procedendo assim, os resultados já concordam com os previstos pelas relações teóricas baseadas na lei de potência. Todavia, os resultados numéricos revelam um crescimento ligeiramente menor da camada limite.



**Figura 5.1** - Evolução longitudinal da espessura da camada limite turbulenta.

### 5.5.2 - Evolução do coeficiente de atrito local

A figura 5.2 mostra a evolução da tensão tangencial média na parede, ao longo da câmara de experiências, para as mesmas situações que se acabaram de analisar. Coerentemente com o que se disse a propósito de 5.1, os valores numéricos de  $\tau_p$  são também ligeiramente inferiores aos correspondentes resultados experimentais.



A figura 5.3 apresenta a correspondente evolução do coeficiente de atrito local. Nesta figura, os resultados para superfície lisa são comparados com os provenientes da expressão àquele tipo de superfície. Os resultados para superfície rugosa são comparados com os previstos pela equação (3.4.18). O coeficiente de atrito relativo à superfície lisa, obtido experimental ou numericamente, é ligeiramente mais elevado do que o previsto para  $n = 1/7$ . Não é necessariamente sinónimo de imprecisão. A superfície utilizada nos ensaios é simplesmente a placa que constitui a soleira do túnel e o seu acabamento, não sendo perfeito, pode ser o único factor responsável pelo aumento observado.

Já quanto aos valores de  $c_f$  para superfície rugosa, eles são significativamente mais elevados do que os previstos para uma superfície, suposta equivalente, constituída por grãos de areia. O afastamento dos valores dever-se-á, em alguma medida, à imprecisão de cálculo da tensão tangencial, mas, sobretudo, à provável não equivalência entre a superfície real utilizada e a dita superfície, composta por grãos de areia de dimensão  $y_0$ .

Os resultados numéricos estimam ligeiramente por defeito os valores de  $c_f$ , coerentemente, aliás, com o menor crescimento já notado da espessura da camada limite ao longo da câmara de experiências, parecendo indicar que a lei de parede introduzida na correspondente fronteira do domínio de cálculo, não consegue reproduzir cabalmente toda a influência da estrutura turbulenta do escoamento na tensão tangencial média na parede. Esse ligeiro afastamento não compromete o bom resultado global.

### 5.5.3 - Perfis de velocidade média

Com efeito, a figura 5.4 mostra os perfis de velocidade média obtidos na estação de trabalho, para as mesmas condições anteriores, exibindo à partida, boa concordância entre os resultados experimentais e os de origem numérica. As figuras 5.5 e 5.6 confirmam esta primeira impressão global, apresentando os perfis tratados em termos de lei de potência, para a globalidade do perfil, e em termos de lei logarítmica, para a subcamada interior.

Pode-se concluir que o modelo k- $\epsilon$  simula bastante bem o desenvolvimento da camada limite sobre as superfícies planas de rugosidade variável, utilizadas na montagem experimental do presente estudo. Posto isto, há que simular a introdução de um cubo assente na superfície.

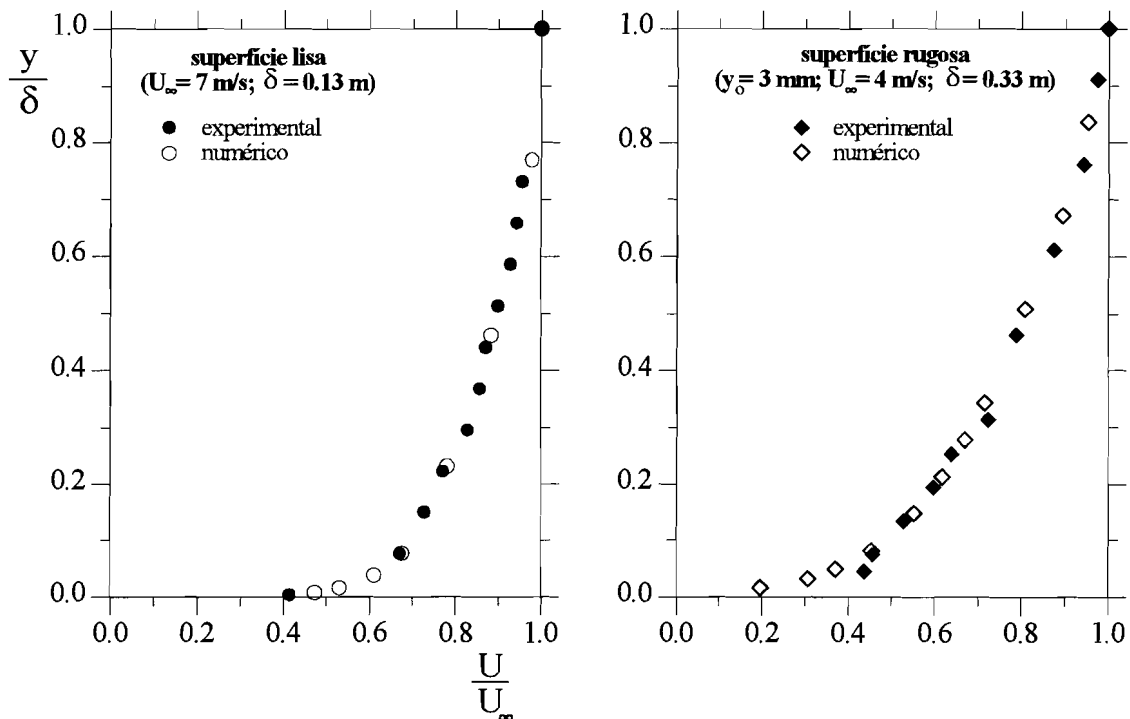


Figura 5.4 - Perfis de velocidade média obtidos na estação de trabalho ( $x = 7.27 \text{ m}$ ).

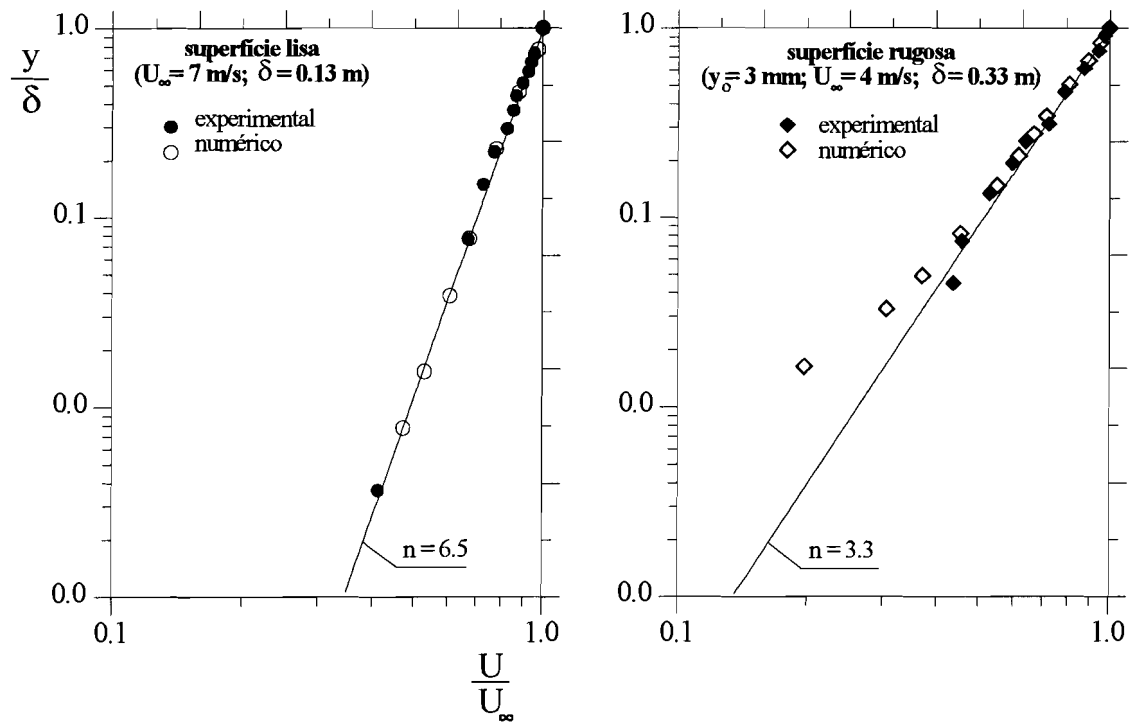


Figura 5.5 - Perfis de velocidade, de acordo com a lei de potência.

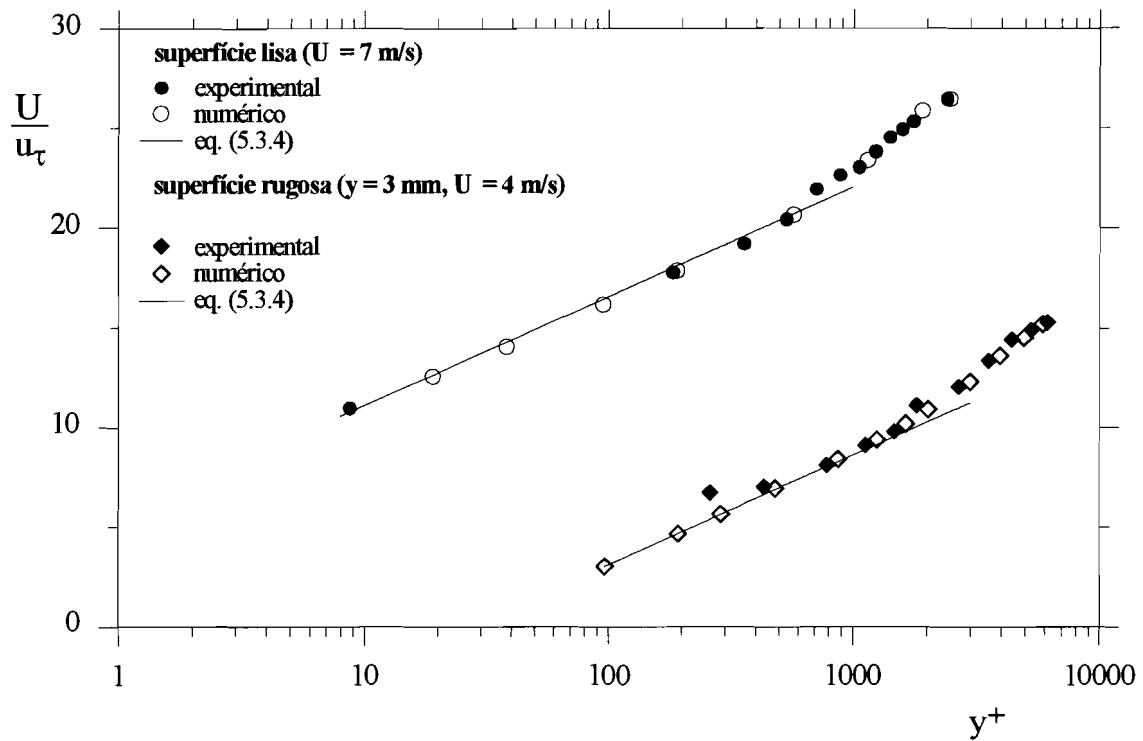


Figura 5.6 - Perfis de velocidade na subcamada logarítmica.

## 5.6 - Interacção com o cubo à temperatura ambiente

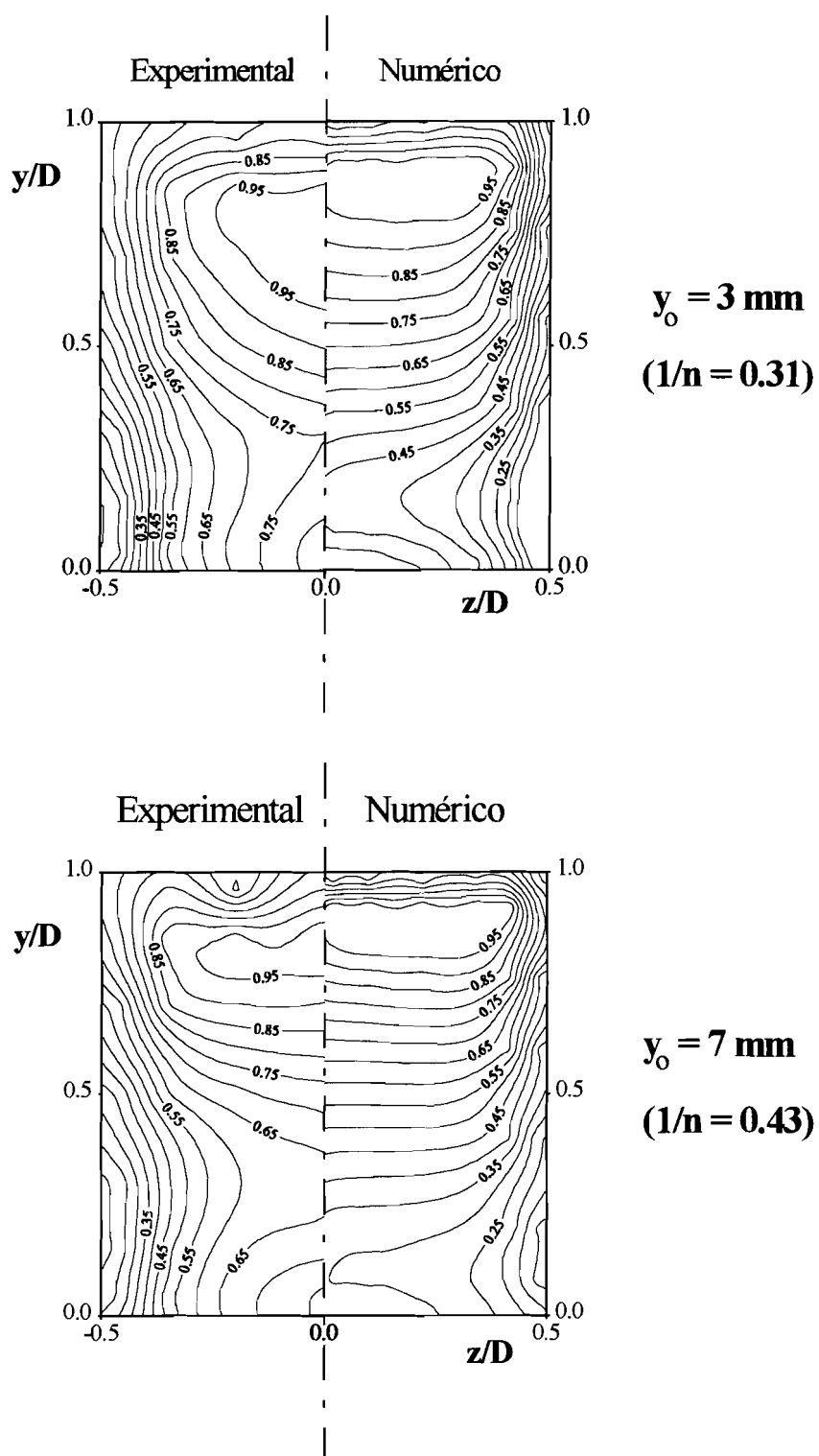
Como primeiro passo para simular a interacção do cubo assente no solo e aquecido com a camada limite turbulenta, simulou-se o cubo à temperatura ambiente e compararam-se os resultados obtidos com os resultados experimentais presentes, do autor, relativos à distribuição dos coeficientes de pressão nas faces do cubo, e com resultados experimentais do campo de velocidades disponíveis na literatura (Castro et Robins, 1976).

### 5.6.1 - Distribuição de coeficientes de pressão

A figura 5.7 representa a distribuição dos coeficientes de pressão na face do cubo orientada para barlavento, perpendicularmente ao escoamento, para duas rugosidades distintas e  $U_{\infty} = 14$  m/s, permitindo comparar os resultados numéricos com os correspondentes resultados experimentais. Os valores dos coeficientes de pressão representados foram obtidos dividindo a pressão estática em cada ponto pelo máximo valor da pressão na face. A comparação qualitativa que daí decorre aponta para uma razoável semelhança entre as distribuições de pressão nos dois casos, com tendência para os resultados numéricos deslocarem o ponto de estagnação em direcção ao topo do cubo.

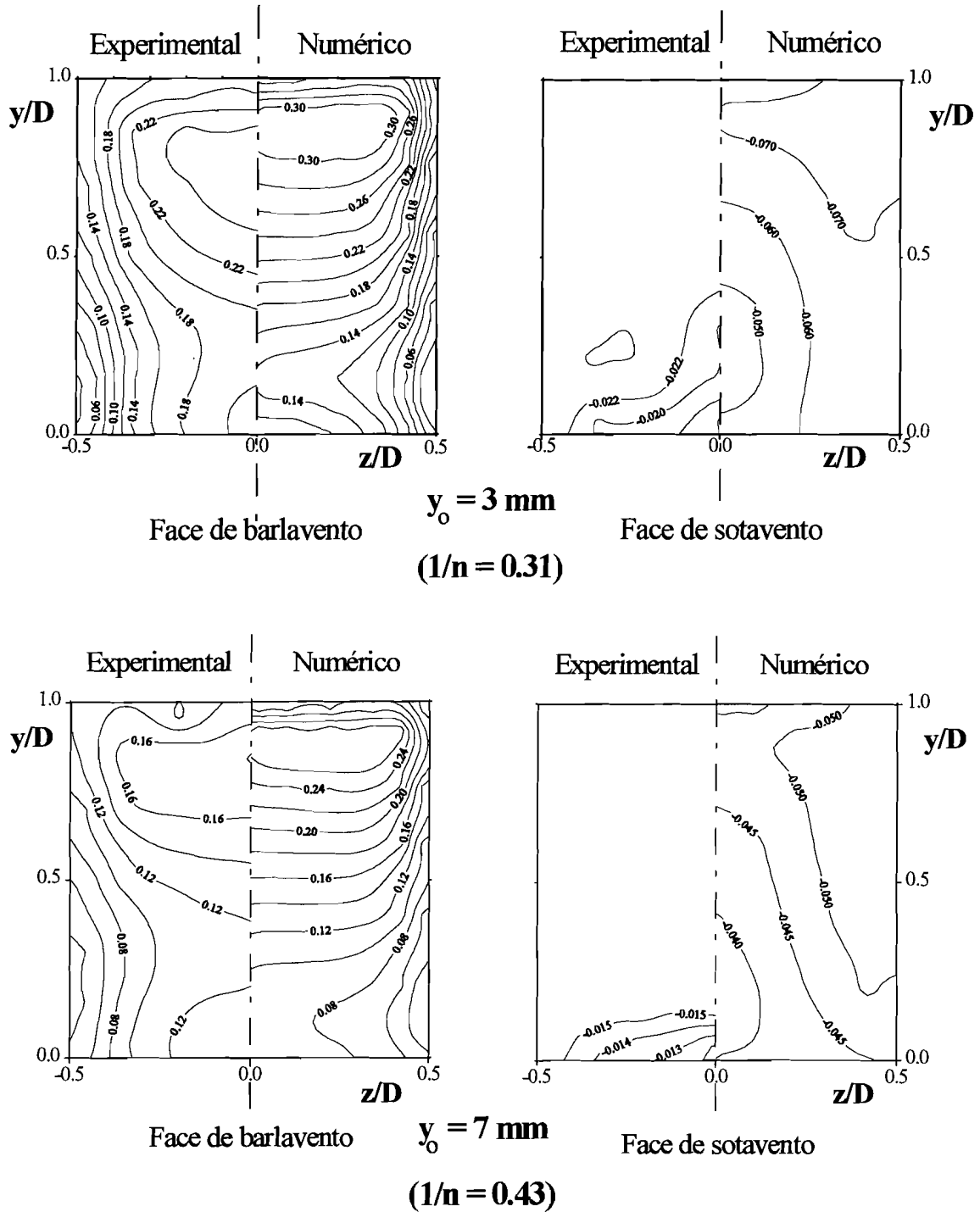
Quando, na figura 5.8, se representam os coeficientes de pressão adimensionalizados pela pressão dinâmica no escoamento livre, podemos deduzir que a força de resistência é sobrestimada na simulação numérica, mais como consequência das diferenças na face de barlavento e menos das diferenças na face de sotavento. De facto, o programa de cálculo automático incluía uma rotina que integrava o campo de pressões em torno do cubo e o resultado obtido para a força de resistência era sistematicamente cerca de 20% superior ao valor previsto de acordo com o valor do coeficiente de resistência do cubo.

Obviamente que estas diferenças estão implicitamente ligadas a diferenças no campo de velocidades em torno do cubo.



**Figura 5.7** - Coeficientes de pressão na face de barlavento, para  $U_\infty = 14 \text{ m/s}$ .

Nota: coeficientes adimensionalizados pela pressão máxima na face.



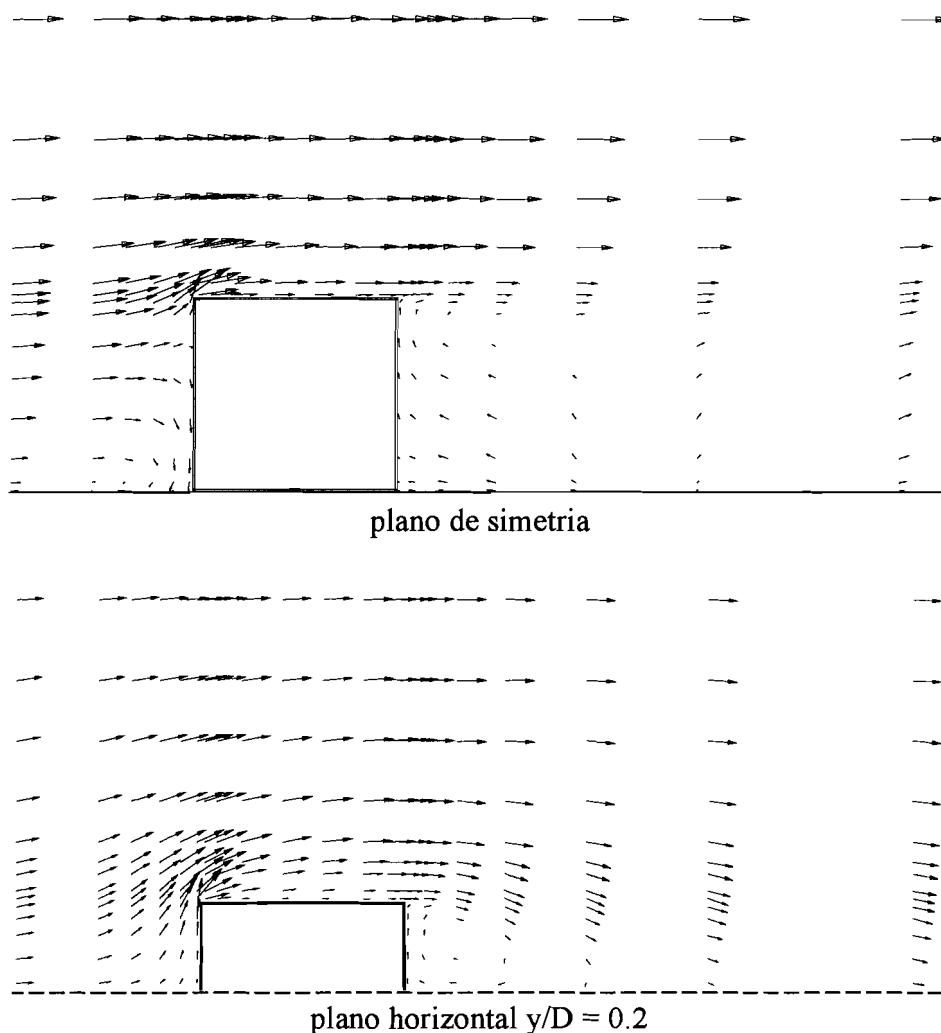
**Figura 5.8** - Distribuição dos coeficientes de pressão nas faces de barlavento e sotavento, para  $U_\infty = 14 \text{ m/s}$ .

Nota: coeficientes adimensionalizados pela pressão dinâmica no escoamento livre.



### 5.6.2 - Campo de velocidades em torno do cubo

A figura 5.9 reproduz o campo de velocidades calculado em torno do cubo, para a situação de rugosidade máxima e  $U_{\infty} = 0.5$  m/s. A extensão da esteira próxima é razoavelmente bem reproduzida, bem como a recirculação em frente do cubo, mas manifesta-se alguma dificuldade em reproduzir o desprendimento de vórtices junto às arestas laterais e vertical da face de barlavento, consequência possível da ocorrência de falsa difusão associada, segundo Patankar (1980), à obliquidade do escoamento em relação à malha ortogonal, naquelas regiões do escoamento, e à baixa ordem do esquema de interpolação.



**Figura 5.9** - Campo de velocidades em torno do cubo ( $U_{\infty} = 0.5$  m/s;  $y_0 = 7$  mm)

## 5.7 - Interacção com o cubo aquecido

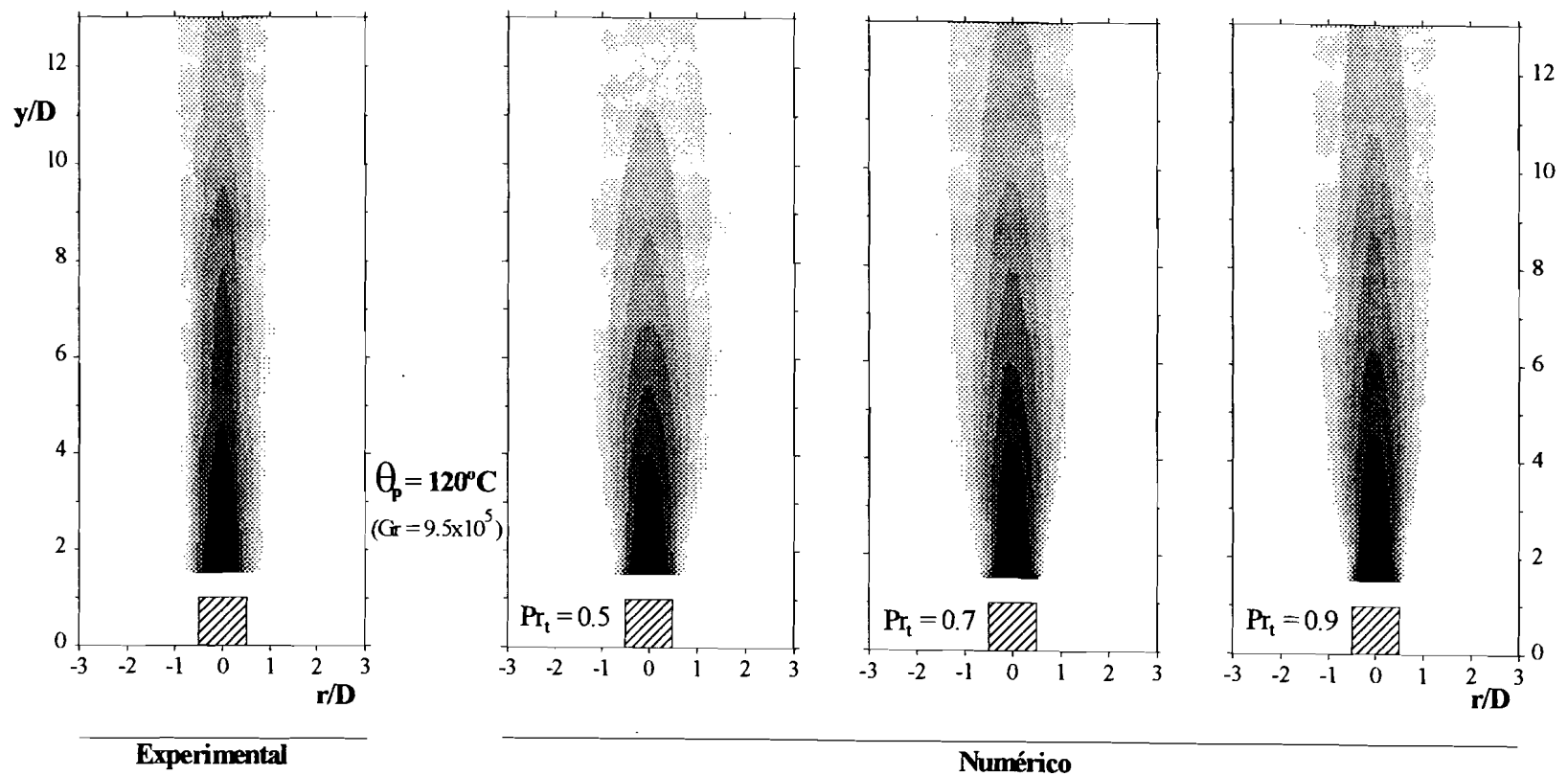
Os resultados de simulação numérica aqui apresentados referem-se essencialmente às mesmas situações de transferência de calor analisadas anteriormente sob o ponto de vista de simulação experimental. A exemplo do que se fez no capítulo 4, analisam-se separadamente os regimes de convecção natural e os de convecção mista.

### 5.7.1 - Convecção natural - Pluma vertical

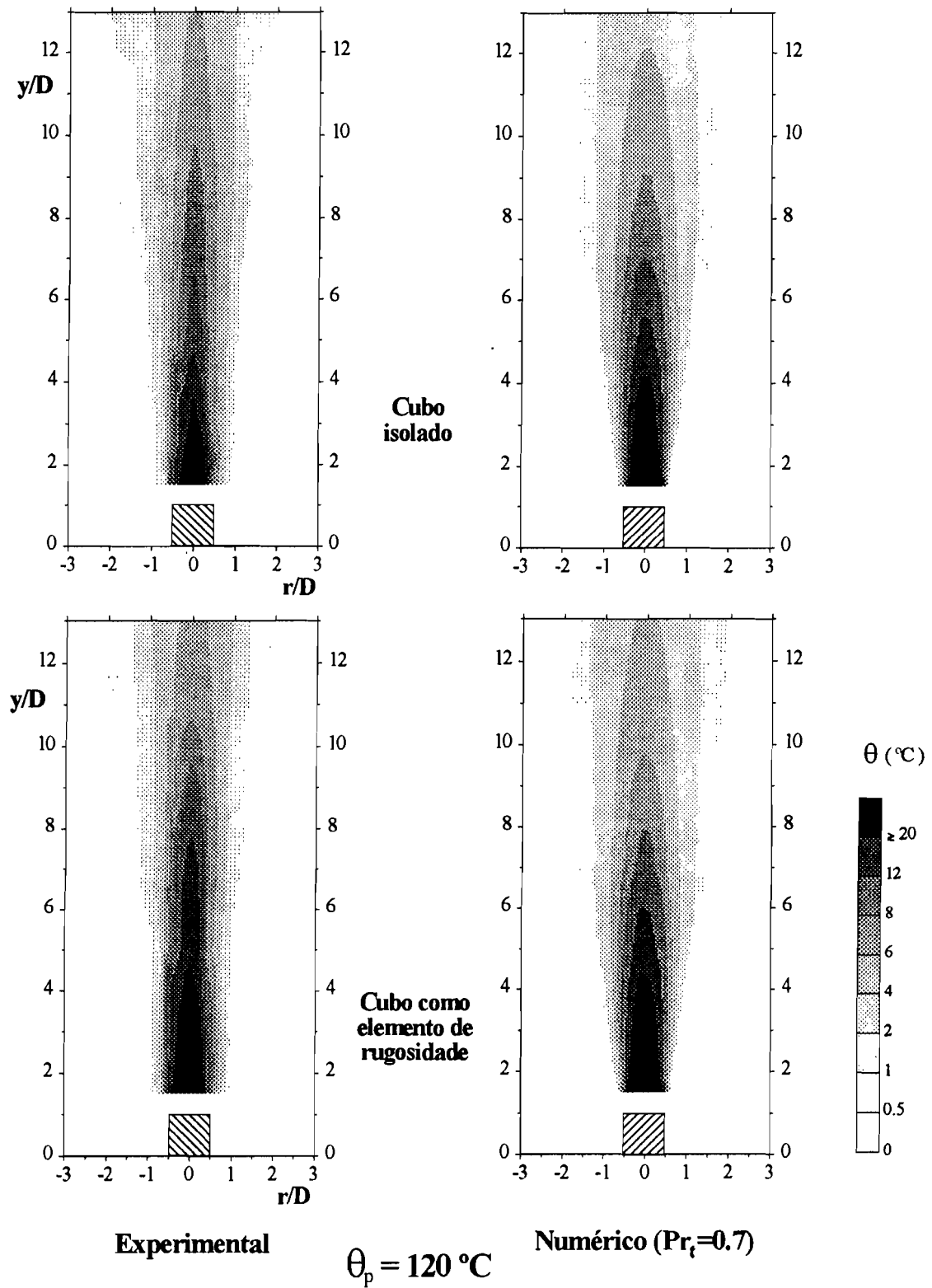
A figura 5.10 ilustra o estudo paramétrico que se fez no sentido da optimização do número de Prandtl turbulento. Os resultados numéricos do campo de temperatura concordam razoavelmente bem com os correspondentes resultados experimentais, para  $Pr_t=0.7$ . Curiosamente, este é o valor recomendado por Rodi (1980), para jactos axissimétricos, cujo desenvolvimento tem, de facto, alguma analogia com o caso das plumas térmicas aqui estudados.

Tendo assumido aquele valor de  $Pr_t$  como o mais adequado para os presentes escoamentos, a figura 5.11 permite comparar os resultados obtidos com o cubo isolado ou com ele enquanto elemento de rugosidade. Verifica-se que a simulação da rugosidade envolvente do cubo aquecido não pode ser feita apenas à custa da lei de parede para a velocidade. Há mecanismos associadas à dimensão dos elementos de rugosidade, que condicionam a estrutura do escoamento induzido pela fonte de calor a partir da periferia, que carecem ainda de interpretação mas que, seguramente, não intervêm no programa. Deste modo, percebe-se que os resultados de simulação numérica, com ou sem rugosidade em volta do cubo, são quase iguais, o mesmo não se passando com os resultados experimentais, como foi analisado no capítulo 4.

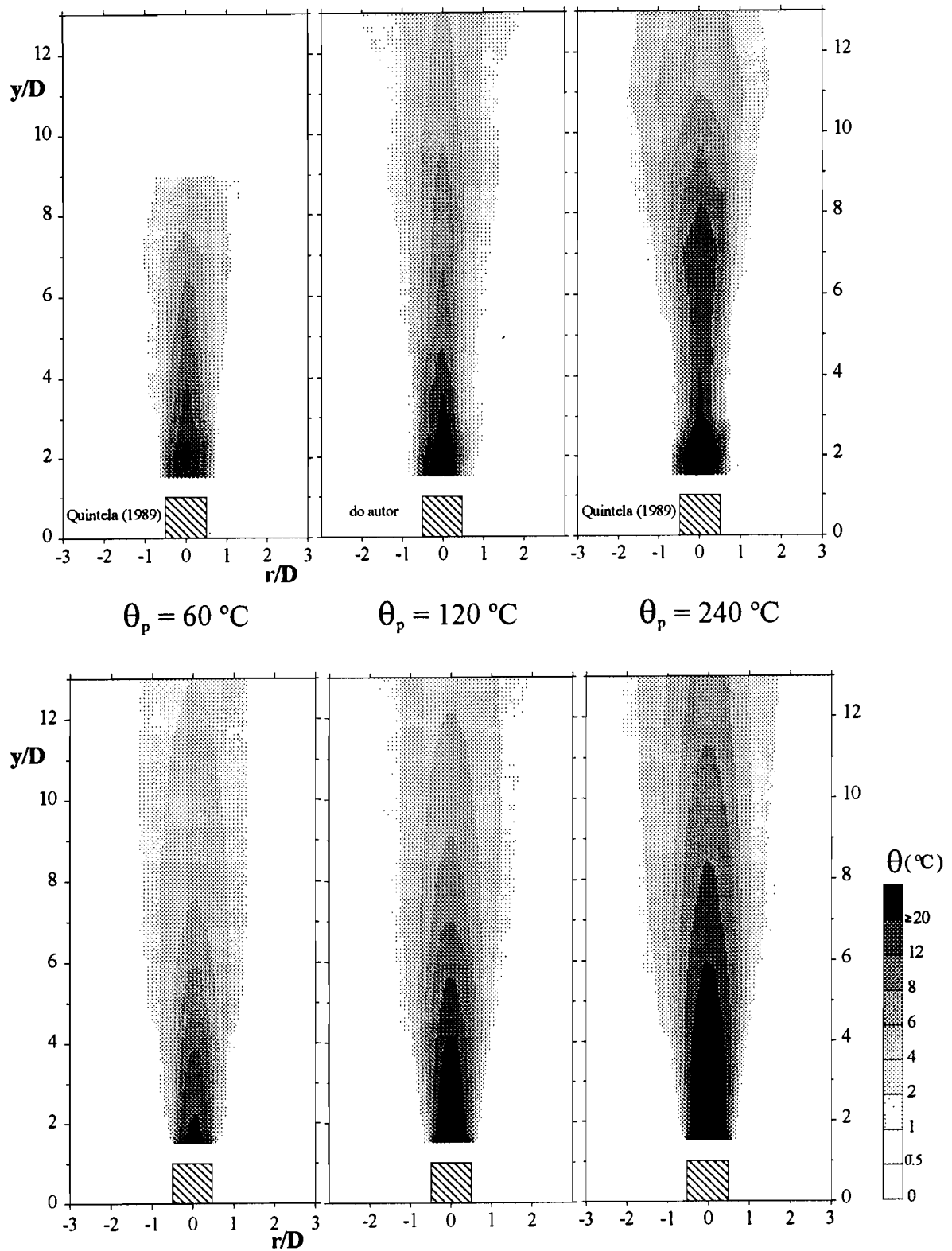
Na figura 5.12 comparam-se os resultados para diferentes valores do número de Grashof, na situação de cubo isolado assente sobre superfície lisa. Nestas circunstâncias, os resultados numéricos aproximam-se bastante dos experimentais, revelando-se o programa, *grosso modo*, adequado para a simulação destes escoamentos anisotérmicos, se não houver interesse no que se passa na vizinhança imediata do corpo.



**Figura 5.10** - Pluma térmica com o cubo como elemento de rugosidade. Comparação dos resultados de simulação numérica, para diferentes valores de  $Pr_t$ , com os resultados experimentais.

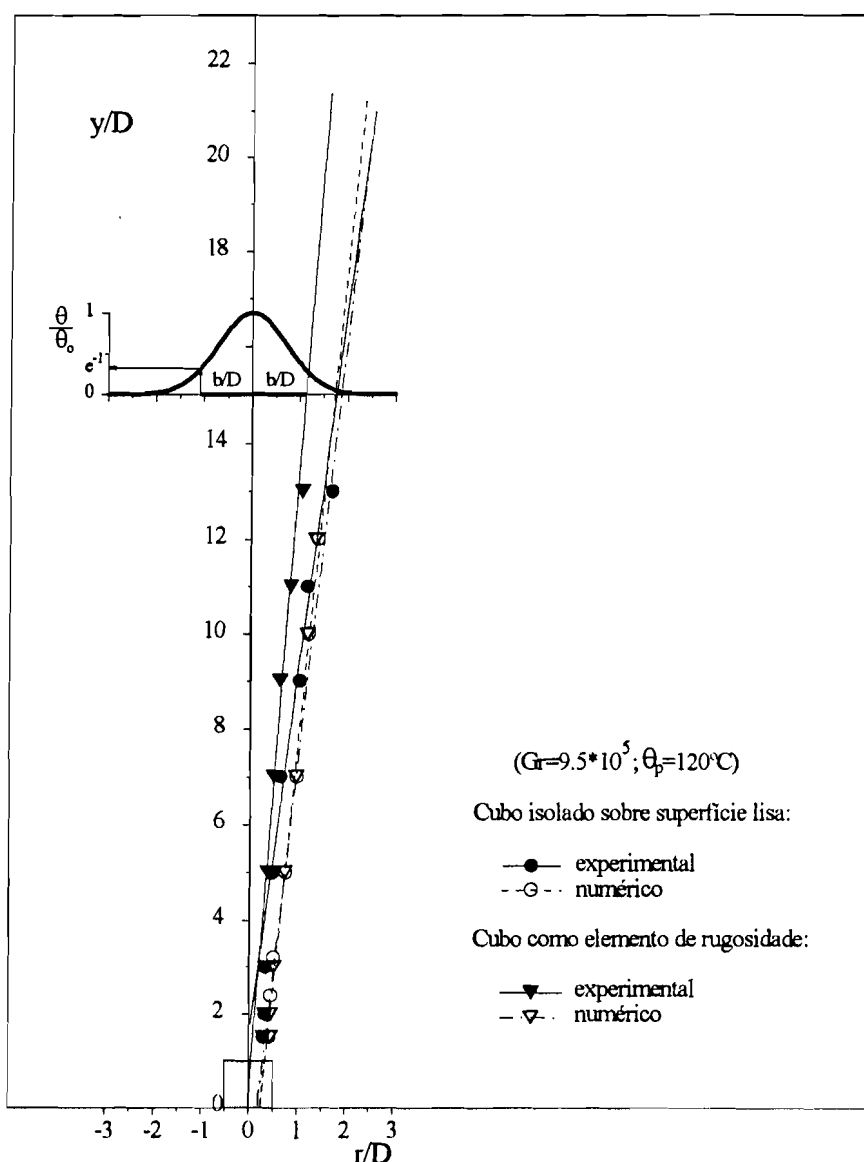


**Figura 5.11** - Plumas verticais com o cubo isolado e com o cubo como elemento de rugosidade. Comparação dos resultados de simulação numérica com os resultados experimentais.



**Figura 5.12 -** Pluma térmica para diversos valores de  $\theta_p$  ( $7.86 \times 10^5 \leq Gr \leq 1.35 \times 10^6$ ). Campo de temperaturas: comparação de resultados experimentais, em cima, com os de simulação numérica, em baixo, para  $Pr_f = 0.7$ .

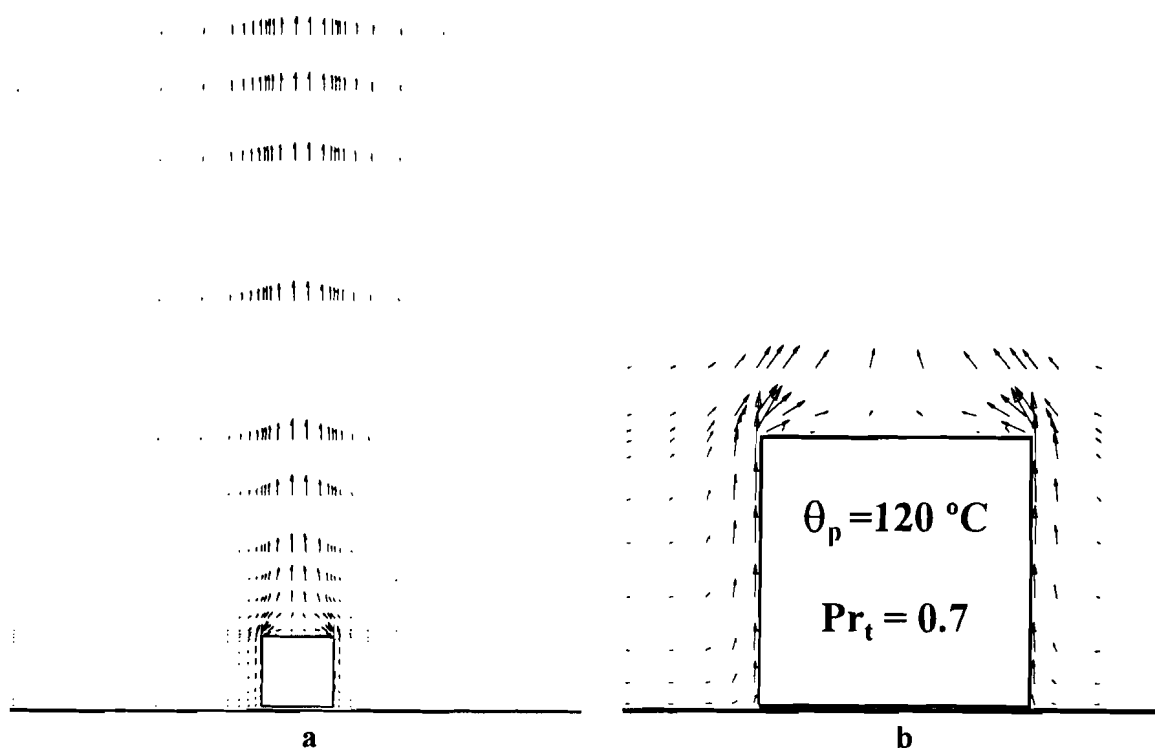
Na figura 5.13 apresentam-se os resultados relativos à evolução da largura da pluma vertical. A comparação dos resultados numéricos com os resultados experimentais permite concluir que, na simulação numérica, a origem virtual da pluma é deslocada significativamente para baixo. Quanto aos valores propriamente ditos da largura da pluma, fora da vizinhança próxima do cubo, eles aproximam-se dos experimentais, quando o cubo se encontra isolado. Verifica-se novamente que os resultados quase não se alteram quando se pretende simular a rugosidade à volta do cubo aquecido, provavelmente por razões semelhantes às apontadas atrás.



**Figura 5.13** - Evolução da largura da pluma vertical. Comparação com os resultados experimentais.

O campo de velocidades representado na figura 5.14, relativo ao cubo isolado sobre superfície lisa, permite entender porque é que a origem da pluma se desloca para baixo, como se observou na figura anterior. Constatou-se, experimentalmente que o escoamento, após deixar o contacto com o cubo, se realinhava junto ao eixo vertical de simetria, estreitando-se inicialmente. Na figura verifica-se que a pluma simulada nasce larga e assim continua na região próxima do cubo. Deste modo, é natural que tenha uma origem virtual deslocada para baixo. Por outro lado, não se chega a esboçar qualquer bolha sobre o topo do cubo, contrariamente ao que indicam os resultados de visualização de Quintela (1989).

Refira-se ainda que, de acordo com os resultados experimentais deste autor, a velocidade axial em  $y=6D$  é  $V \approx 0.32$  m/s e os presentes resultados numéricos indicam, para aquela distância à fonte,  $V \approx 0.35$  m/s. Esta diferença, da ordem dos 10%, revela semelhança dos campos de velocidade, coerentemente com o que se verifica quanto aos campos de temperatura (vd. figura 5.12).



**Figura 5.14** - Campo de velocidades na pluma térmica vertical. Resultados de simulação numérica:

- a) - campo de velocidades no plano de simetria ( $V_{\text{máx.}} = 0.37$  m/s);
- b) - pormenor em torno do cubo.

### 5.7.2 - Convecção mista - Pluma inclinada

Apresenta-se na figura 5.15 um conjunto de resultados relativos às plumas térmicas inclinadas nas mesmas condições de convecção mista que foram ensaiadas no laboratório e analisadas no capítulo precedente. Para cada uma das 4 situações, que são apresentadas por ordem crescente de  $Re/\sqrt{Gr}$ , comparam-se os resultados numéricos e experimentais do campo de temperaturas no plano de simetria longitudinal e num plano transversal, em  $x/D=6$ . No plano de simetria representam-se as linhas isotérmicas de  $\theta$ , que dão uma ideia aproximada de como a temperatura decai com a distância à fonte de calor. No plano transversal, representam-se os isovalores de  $\theta/\theta_0$ , que estão directamente relacionados com a largura da pluma através de (4.5.13), representando-se a traço mais grosso a isolinha de valor  $\approx e^{-1}$ , correspondente à largura da pluma.

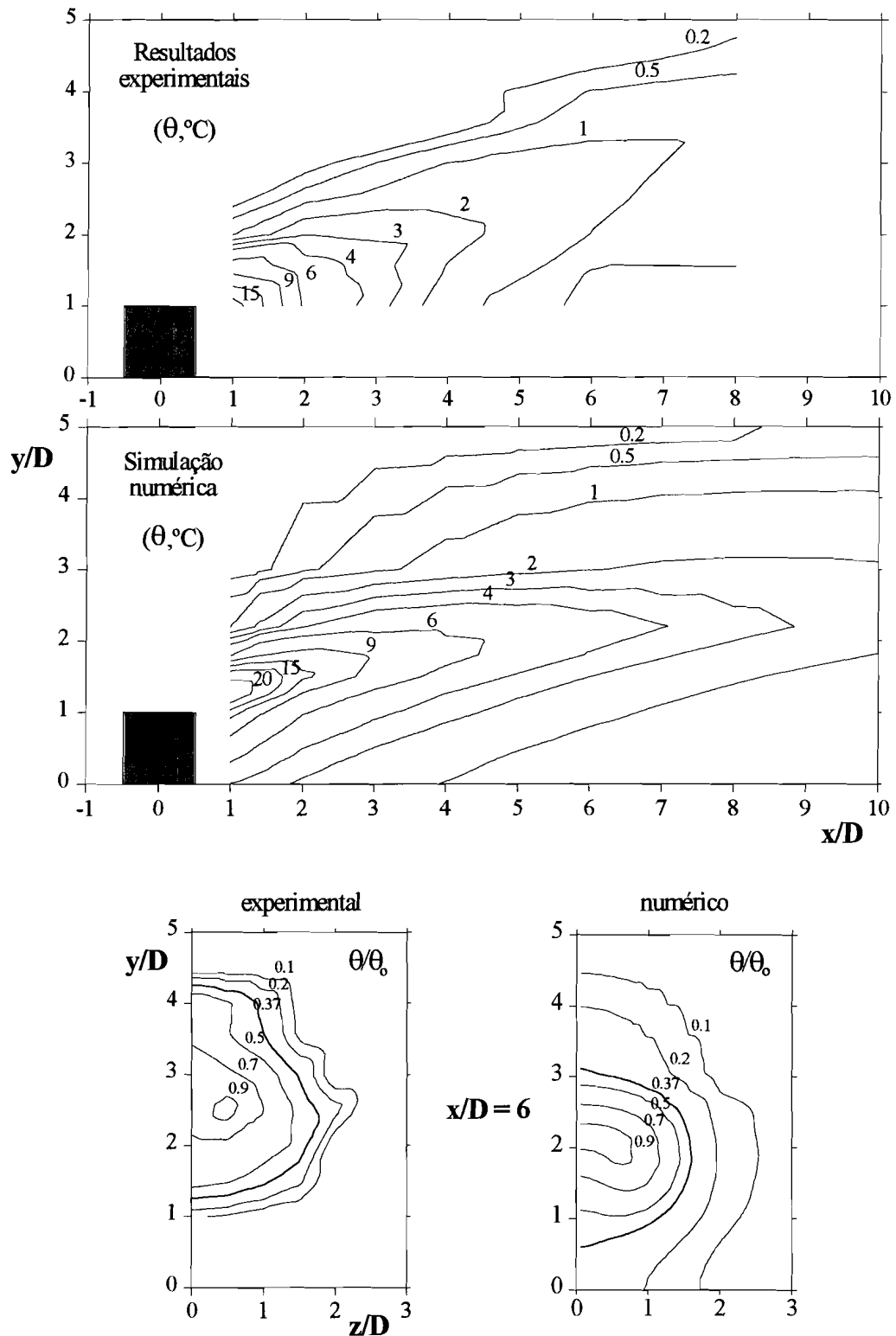
A observação do conjunto de resultados de simulação numérica permite concluir que as plumas são, em geral, mais inclinadas que as experimentais, sendo esta tendência mais visível quando se comparam os resultados nos planos transversais. Não sendo diferenças que inviabilizem a utilização do programa, recomendam, no entanto, que o mesmo seja melhorado. Pode observar-se ainda, nos planos transversais, que os resultados numéricos indiciam claramente uma tendência para a bifurcação da pluma, quando  $U_\infty=0.5$  m/s e para ambas as rugosidades.

Tudo indica que é novamente a dificuldade em reproduzir numericamente as zonas de recirculação, associada à conhecida falsa difusão resultante do esquema de discretização híbrido (*upwind*), que provoca um excesso de inclinação nas plumas. A figura 5.16 indica que, mesmo com o cubo aquecido, não há alterações qualitativas importantes, junto das arestas da face de barlavento, em relação à figura 5.9.

Pode-se concluir que os resultados obtidos, não obstante as limitações do programa de cálculo, são suficientemente animadores, estimulando a procura de soluções para os melhorar, nomeadamente através da utilização de esquemas de interpolação com aproximação de ordem superior, como sugerido por Leonard (1979), Delgado (1996) e outros. Com este problema resolvido, poder-se-á então pensar em termos de modelo de turbulência.

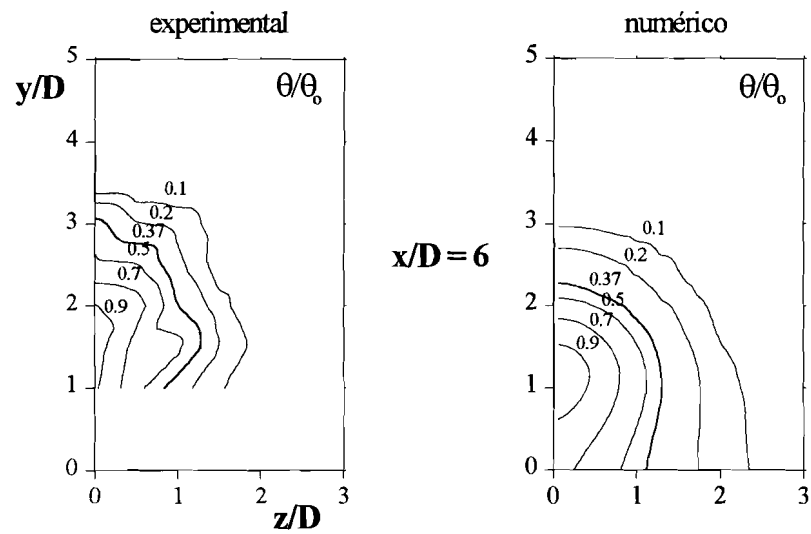
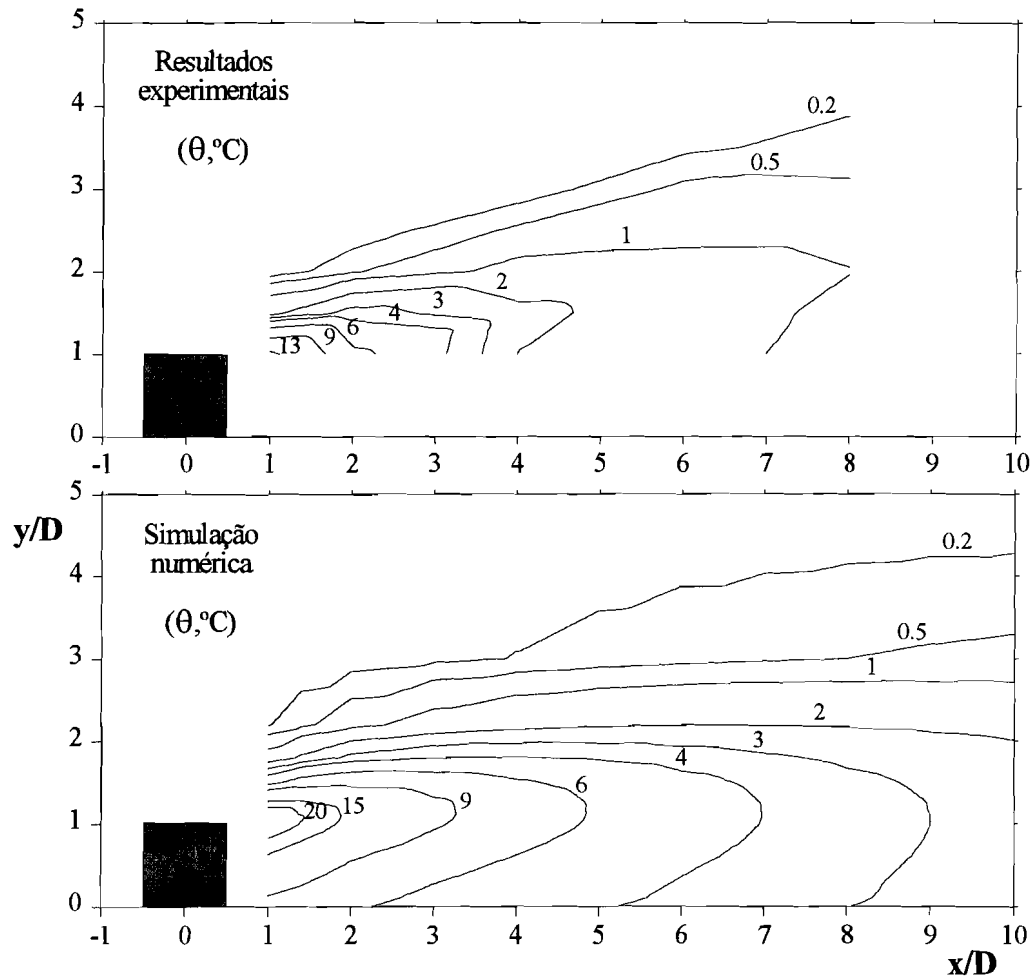


Rugosidade máxima ( $y_o = 7 \text{ mm}$ ) -  $U_\infty = 0.5 \text{ m/s}$ ;  $\theta_p = 145^\circ\text{C}$  -  $(\text{Re}/\sqrt{\text{Gr}} = 0.47)$



**Figura 5.15** - Campo de temperaturas na pluma térmica inclinada: isovalores de  $\theta$  ( $^\circ\text{C}$ ) no plano longitudinal de simetria (em cima) e de  $\theta/\theta_o$  no plano transversal  $x/D = 6$  (em baixo).

**Rugosidade máxima ( $y_o = 7 \text{ mm}$ ) -  $U_\infty = 1 \text{ m/s}$ ;  $\theta_p = 135^\circ\text{C}$  - ( $Re/\sqrt{Gr} = 0.88$ )**



**Figura 5.15 - ( continuação)**

Rugosidade mínima ( $y_o = 2 \text{ mm}$ ) -  $U_\infty = 0.5 \text{ m/s}$ ;  $\theta_p = 145^\circ\text{C}$  - ( $Re/\sqrt{Gr} = 0.86$ )

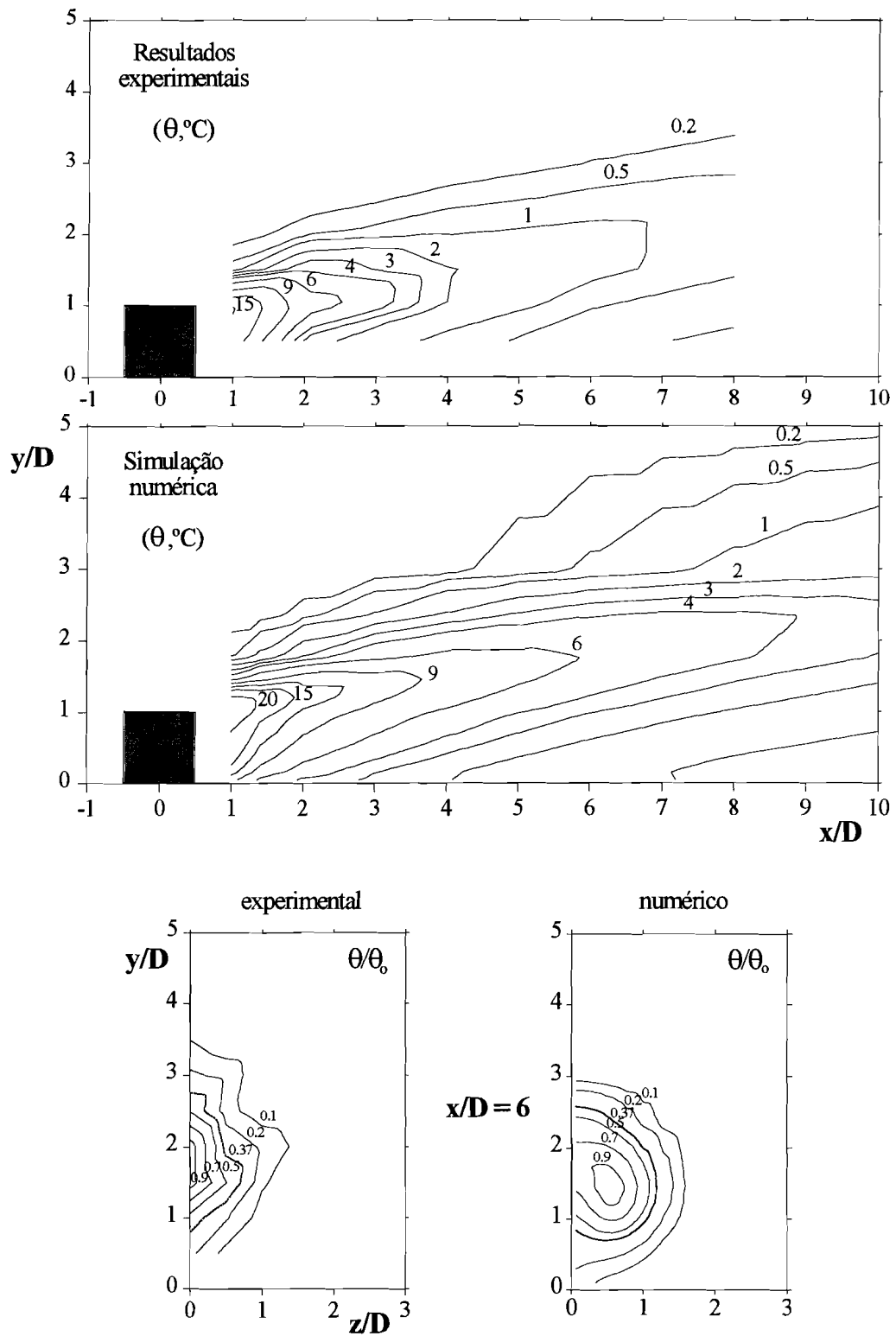


Figura 5.15 - ( continuação)

Rugosidade mínima ( $y_0 = 2 \text{ mm}$ ) -  $U_\infty = 1 \text{ m/s}$ ;  $\theta_p = 135^\circ \text{C}$  - ( $Re/\sqrt{Gr} = 1.6$ )

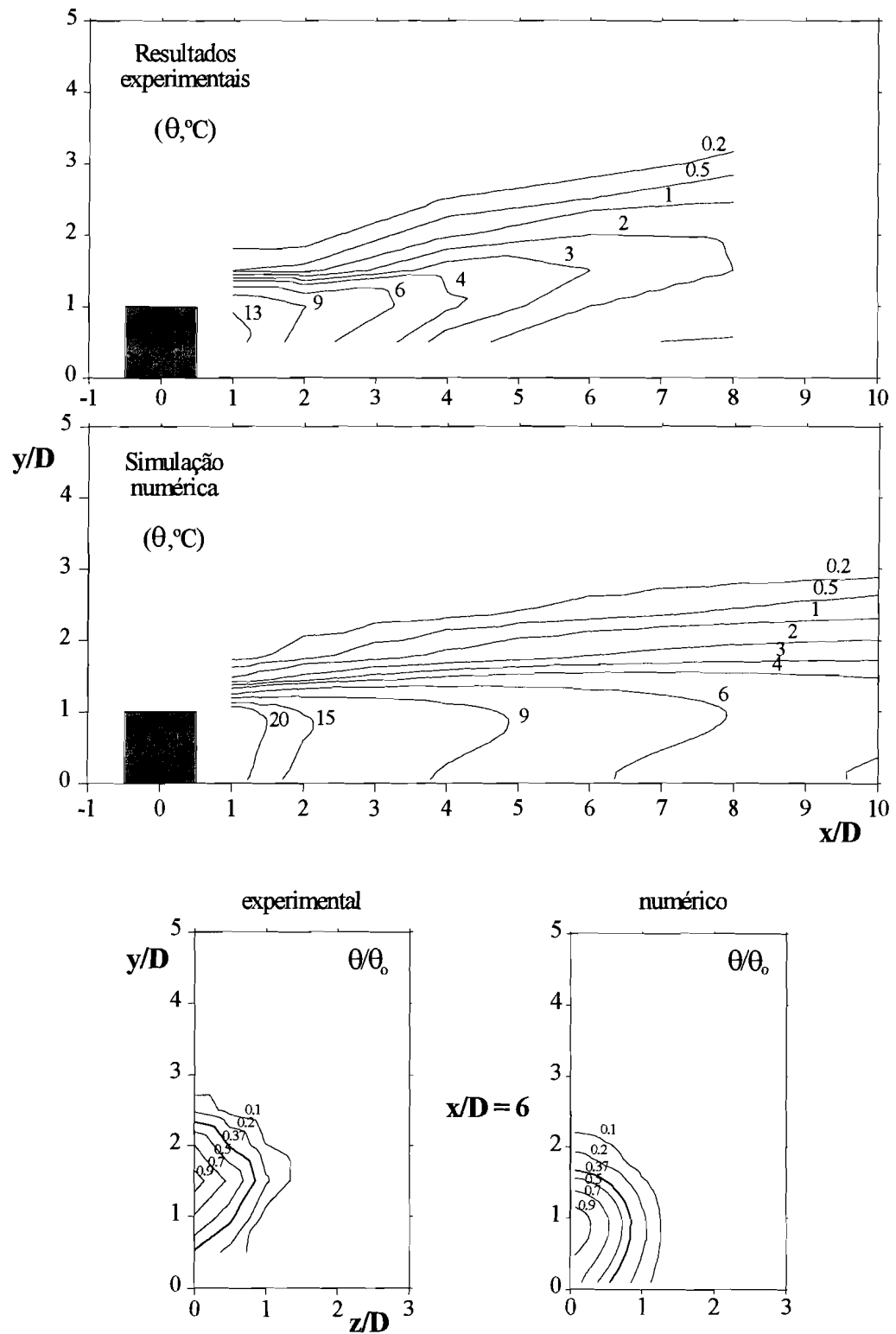
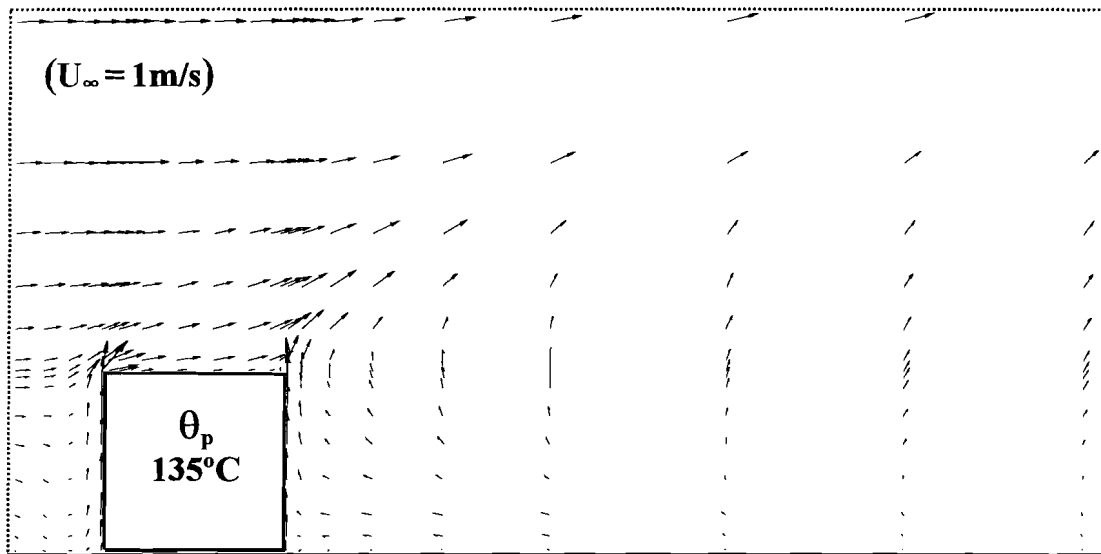


Figura 5.15 - ( conclusão)



**Figura 5.16** - Campo de velocidades no plano longitudinal de simetria, em regime de convecção mista. Pormenor em torno do cubo e na esteira próxima. Rugosidade máxima ( $y_o = 7\text{ mm}$ ) e  $\text{Re}/\sqrt{\text{Gr}} = 0.88$ .

## *Capítulo 6*

---

### *Conclusões*

Tal como delineado na Introdução, o objectivo principal do presente trabalho foi o estudo da interacção de um corpo cúbico assente numa superfície muito rugosa com uma camada limite turbulenta, tendo sido o problema objecto de pesquisa bibliográfica, simulação experimental e numérica. Procurando integrar este estudo no domínio mais vasto da transferência de calor em camadas limites turbulentas e tendo em atenção a bibliografia disponível relacionada com o tema, houve lugar a uma sequência de trabalhos, cujos resultados são apresentados nos três principais capítulos do presente documento, segundo uma ordem que coincide com a ordem cronológica com que foram realizados os estudos correspondentes.

Conclui-se agora a exposição, revendo as principais conclusões tiradas nesses capítulos, com ênfase nas contribuições originais do presente trabalho. Apontam-se também sugestões para ultrapassar as limitações detectadas e sugerem-se vias para a abordagem de aspectos que merecem ser explorados com maior profundidade, numa perspectiva de desenvolvimento futuro.

Quanto à simulação física da camada limite atmosférica no túnel aerodinâmico, de acordo com os perfis de velocidade média e de intensidade de turbulência obtidos, pode-se concluir que esta montagem experimental está habilitada para o estudo de um conjunto relativamente vasto de situações reais com interesse em engenharia, como é o caso exemplar da dispersão de poluentes, mais problemática em meios urbanos ou industrializados. Concretamente, o valor da espessura máxima obtida na estação de trabalho permite modelar a uma escala adequada inúmeras situações de interesse em engenharia, como seja o caso particular de estruturas importantes, integradas em meios urbanos ou industriais, e os valores obtidos para o expoente da lei de potência indicam que se pode simular perfis de velocidade média sobre terrenos de rugosidade média a elevada. Do ponto de vista da estrutura turbulenta do escoamento, os valores obtidos para a escala integral longitudinal da turbulência situam-se dentro da gama que reproduz adequadamente

a zona de inércia da estrutura turbulenta de grande escala, presente na camada limite atmosférica desenvolvida sobre regiões urbanas e suburbanas.

Tendo optado pelo desenvolvimento natural da camada limite sobre a rugosidade instalada na soleira do túnel, constatou-se alguma dependência da estrutura do escoamento com o número de Reynolds, particularmente quando se pretendeu estudar o regime de convecção mista perto do seu limite inferior: a convecção natural. Não sendo viável aumentar o comprimento da câmara de experiências como forma de atenuar a referida dependência é de encarar, no futuro, a hipótese de recorrer a dispositivos que acelerem artificialmente o desenvolvimento da camada limite, tal como os geradores de vórtices que se usam frequentemente nestas circunstâncias.

Ao proceder ao estudo prévio da interacção da camada limite com um cubo à temperatura ambiente, sob os pontos de vista da distribuição da pressão nas suas superfícies e da correspondente força de resistência aerodinâmica, constatou-se ser fraca a dependência do coeficiente de resistência com o ângulo de incidência do escoamento de aproximação. Esta fraca dependência é atribuída à elevada intensidade de turbulência que vigora na subcamada interior, onde está imerso o corpo. Conclui-se também que os resultados obtidos comparam bem com os de outros autores relativos a um cubo imerso numa camada limite fina, desde que se utilize como velocidade de referência para a pressão dinâmica, a velocidade do escoamento incidente a um nível adequado.

A verificação de que existe uma velocidade característica da interacção da camada limite turbulenta com o cubo que é, como se esperava, diferente de  $U_\infty$  é um dos aspectos mais interessantes do presente trabalho. De facto, a sua definição em camadas limites representa um avanço qualitativo importante. No presente caso do cubo, o valor da velocidade característica é o que vigora em  $y = 0.75 D$ , na camada limite, nível muito próximo daquele onde ocorre o ponto de estagnação. Estas conclusões apontam para que, no futuro, ao estudar modelos prismáticos com a mesma secção quadrada mas relações  $L/D$  sucessivamente mais elevadas, há que aprofundar o estudo da dependência desta velocidade de referência com a estrutura do perfil de velocidades e com a forma geométrica do corpo.

Tendo-se iniciado o estudo da transferência de calor a partir do cubo aquecido pela condição de convecção natural, verificou-se que o fenómeno de *meandering* era ostensivo quando a superfície de apoio do cubo é lisa, e praticamente desaparecia quando esta última superfície contém elementos de rugosidade. É um indicador de como as condições de rugosidade da superfície onde o cubo está assente influenciam drasticamente a evolução da pluma. Atribui-se essa influência às características turbulentas do escoamento induzido pelo aquecimento do cubo, na presença de rugosidade em seu redor. É um assunto

merecedor de aprofundamento no futuro, procurando estabelecer uma relação quantitativa entre as características da superfície envolvente e a transferência de calor a partir do cubo, nomeadamente explorando a influência das condições de rugosidade superficial na evolução da pluma térmica e no número de Nusselt, ou ainda na oscilação da pluma.

Coerentemente com o estudo do coeficiente de resistência, verificou-se que os resultados de transferência de calor comparam bem com os de outros autores, quando se utiliza como velocidade de referência do escoamento de aproximação o valor em  $y = 0.75 D$ . Nesta base, foi possível correlacionar resultados de vários autores, estabelecendo relações empíricas que reproduzem *grosso modo* a evolução do número de Nusselt desde a convecção natural à convecção forçada, para as duas orientações extremas do cubo: 0 e 45°.

Relativamente a este último aspecto, da dependência do coeficiente de transferência de calor com a orientação angular do cubo em relação ao escoamento de aproximação, também se verificou uma fraca influência sobre o número de Nusselt que é atribuída às mesmas causas que afectam o coeficiente de resistência: o elevado nível de turbulência no interior da camada limite.

Quanto à definição de uma velocidade característica, coerentemente com o que se passa com o número de Nusselt, verificou-se que as plumas inclinadas têm uma evolução bem reproduzida por um modelo válido para plumas térmicas com origem pontual e sujeitas à acção do vento, desde que se use igualmente como velocidade característica a velocidade em  $y = 0.75 D$ . Na mesma linha dos ensaios realizados com vista ao estudo da influência da orientação angular do cubo no número de Nusselt, deve ser explorada no futuro essa influência nas plumas térmicas inclinadas.

A exploração do regime de convecção mista no seu subdomínio inferior é um problema que persiste, embora, potencialmente, se possa fazer diminuir continuamente até zero a velocidade no túnel. A questão está precisamente em quantificar a velocidade e garantir a sua estabilidade. Quando neste trabalho se diminuiu a velocidade no escoamento livre até  $U_{\infty} = 0.5$  m/s, a medição da velocidade no interior da camada limite estava nos limites de aplicação da técnica de anemometria de fio quente, pelo que se perfilam duas alternativas: usar equipamento de anemometria adequado como, por exemplo, a velocimetria por deslocamento das imagens de partículas ou então aumentar significativamente o número de Grashof, o que também tem as suas limitações, como se demonstrou.

Apurada a simulação física em túnel aerodinâmico, iniciou-se a correspondente simulação numérica em computador, recorrendo a um programa de cálculo para escoamentos turbulentos tridimensionais, que integra o modelo k- $\epsilon$  da turbulência. Os resultados obtidos



confirmaram as potencialidades e também as limitações do programa de cálculo automático utilizado, isto é, reproduzem razoavelmente o escoamento médio, desde que não se esteja interessado no que se passa na vizinhança imediata do cubo, onde os resultados são medíocres, quer do ponto de vista de escoamento médio, quer do ponto de vista das grandezas turbulentas

Embora revelem as fortes limitações do programa de cálculo utilizado, os resultados obtidos são de outro ponto de vista bastante animadores, fazendo crer que, uma vez melhorados os aspectos da modelação numérica, darão um contributo muito grande, facilitando a aplicação a outras configurações geométricas e situações físicas, dispensando em parte e simplificando a simulação física. As alterações do esquema de interpolação de primeira ordem para outros de ordem superior é um passo importante no sentido de diminuir as diferenças entre os resultados numéricos e os experimentais em certas zonas de escoamento. Outro aspecto é a introdução de leis de parede segundo um esquema mais flexível, do qual não esteja tão dependente a definição do primeiro nó da malha, junto às paredes sólidas.

Finalmente, refira-se que, perante a complexidade deste tipo de escoamentos, ensaiou-se a visualização como técnica de obtenção de informação qualitativa, recorrendo à simples injeção de vapor de petróleo e a um plano de luz laser, mas os resultados não foram conclusivos, razão pela qual não foram incluídos na presente dissertação. Tal facto fica a dever-se: no que respeita à técnica do vapor de petróleo, à sua rápida difusão na vizinhança da rugosidade onde se situava o cubo; no que se refere à utilização do plano de luz laser, a não ser possível resolver satisfatoriamente o compromisso entre a intensidade da iluminação e a necessária velocidade de obturação do aparelho fotográfico, apesar de se ter utilizado o filme de maior sensibilidade existente no mercado. No entanto, as observações efectuadas são suficientemente interessantes para concluir que o assunto merece ser retomado no futuro, procurando utilizar produtos mais contrastantes e aumentando a intensidade de iluminação.

## ***Bibliografia***

---

- Arya, S. P. (1982). Atmospheric boundary layer over homogeneous terrain. *in Engineering Meteorology*. Elsevier Sci. Pub. Company, Amsterdam, Belgium, 233-267.
- Baylay, F. J. (1955). An Analysis of Turbulent Free Convection Heat Transfer. *Proc. Inst Mech. Eng.*, 169, 20, 361.
- Bejan, A. (1993). *Heat Transfer*. John Wiley & Sons, New York, U. S. A..
- Bejan, A. (1995). *Convection Heat Transfer*. John Wiley & Sons, New York, U. S. A..
- Bendat, J. S., Piersol, A. G. (1966). *Measurement and analysis of random data*. John Wiley & Son., New York, U. S. A.(citado por Borges, 1974).
- Borges, A. R. J. (1974). Aerodinâmica das Estruturas Verticais Esbeltas: aspectos da constituição da camada limite atmosférica e do comportamento dinâmico das estruturas. *Tese de doutoramento*, Coimbra, Portugal.
- Borges, A. R. J., Carvalho, J. L. (1996). Aerodynamic and thermal interaction of an element of a very rough surface with a turbulent boundary-layer flow. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 65, 273-278, Amsterdam..
- Bradshaw, P. (1975). *An Introduction to Turbulence and its Measurement*. Pergamon Press, Oxford, England.
- Briggs, G. A. (1975). Plume Rise Predictions - *Lectures on Air Pollution and Environmental Impact Analyses*, American Meteorol. Soc., Boston, Mass. 02108, 59-111, (citado por Hanna, 1982).
- Bruun, H. H. (1995). *Hot-Wire Anemometry. Principles and Signal Analysis*. Oxford University Press Inc., New York, U. S. A..

Carvalho, J. L. (1988). Estudo da Camada Limite Dinâmica Sobre Superfícies Planas Muito Rugosas. *Relatório de trabalho prático experimental. Provas de Aptidão Pedagógica e Capacidade Científica, FCT/UNL*.

Castro, I. P., Robins, A. G. (1977). The flow around a surface-mounted cube in uniform and turbulent streams. *J. Fluid Mech.*, 79, 307-335.

Cermak, J. E. (1981). Wind tunnel design for physical modeling of Atmospheric Boundary Layers. *Proc. of ASCE*, 107, EM3, 623-642.

Churchill, S. W., Chu H. S. (1975). Correlating Equations for Laminar and Turbulent Free Convection from a Vertical Plate, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 18, 1323.

Corrsin, S., Kistler, A. L. (1954). *Natl. Advisory Comm. Aeronaut. Tech. Notes*, 3133, (citado por Hinze, 1975).

Coulon, F. (1986). *Signal Theory and Processing. Artech House Inc.*

Counihan, J. (1971). Wind tunnel determination of the roughness length as a function of the fetch and the roughness density of three-dimensional roughness elements. *Atm. Environment*, 5, 637-642.

Counihan, J. (1972). The structure and the wind tunnel simulation of rural and urban adiabatic boundary layers. *Symposium on External Flows*, Bristol.

Counihan, J. (1973). Simulation of an adiabatic urban boundary layer in a wind tunnel. *Atm. Environment*, 7, 673-689.

Counihan, J. (1975). Adiabatic atmospheric boundary layers: a review and analysis of data from the period 1880-1972, *Atm. Environment*, 9, 871-905.

Davenport, A. G. (1960). Rationale for determining design wind velocities. *Proc. A S. C. E., J. Structural Division*, 86, 39.

Delgado, J. D. (1989). Contribuições para o estudo da ventilação natural de edifícios. *Tese de doutoramento*, Universidade Nova de Lisboa, Portugal.

Delgado, J. D. (1996). A numerical simulation of the flow patterns inside a building due to wind action and heat release. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 65, 383-393, Amsterdam.

Eckert, E. G., Jackson, T. W. (1951). Analysis of Turbulent Free Convection Boundary Layer on a Flat Plate. *NACA Rep. 1015*.

Eckert, E. G., Soehngen, E. (1951). Interferometric Studies on the Stability and Transition to Turbulence of a Free Convection Boundary Layer. *Heat Transfer ASME-IME*. London.

ESDU (1976). Characteristics of atmospheric turbulence near the ground. Part III: variation in space and time for strong winds, DATA ITEM 75001, ENG. SCI. DATA UNIT, London.

Fediaevski, C. et al. (1979). *Mecânica dos Fluidos*. Tradução da edição russa, *Edições Lopes da Silva*, Porto. Portugal.

Frank, W. (1995). Large-Eddy-Simulation of The Three-Dimensional Flow Around Buildings. in *Wind Climate in Cities*. NATO ASI Series, E277, 669-679.

Fujii, T., Imura, H. (1972). Natural Convection Heat Transfer from a Plate with Arbitrary Inclination, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15, 755.

Hama, F. R. (1954). *Soc. Naval Architects Marine Engrs. Trans.*, 62, 333.

Hanna, S. R. (1982). Turbulent diffusion: chimneys and cooling towers. in *Engineering Meteorology*. Elsevier Sci. Pub. Company, Amsterdam, Belgium, 429-479.

Hassani, A. V., Hollands, K. T. (1989). On natural convection heat transfer from three dimensional bodies of arbitrary shape. *J. Heat Transfer.*, 111, 363-371.

Hinze, J. O. (1975). *Turbulence. 2nd Edition. McGraw-Hill Book Co*, U. S. A..

Hirota, M., Fujita, H. et Yokosawa, H. (1994). Experimental Study on Convective Heat Transfer for Turbulent Flow in a Square Duct With a Ribbed Rough Wall (Characteristics of Mean Temperature Field). *Transactions of the ASME*, 116, 332-340.

Hoerner, S. F. (1965). *Resistance à l'avancement dans les fluides. Gauthier-Villard Editeur*.

Holman, J. P. (1997). *Heat Transfer. 8th Edition. McGraw-Hill Book Co*, U. S. A..

- Hossain, M. S., Rodi, W. (1974). Equations for turbulent buoyant flows and their modelling. *Report SFB 80/T/46*, University of Karlsruhe, Germany.
- Hunt, A. (1982). The influence of boundary layer characteristics on pressure distributions on model buildings in wind tunnel simulations of wind effects. *Lectures Series 1982-06*, von Karman Institute for Fluid Dynamics, Amsterdam, Belgium.
- Incropera, F., DeWitt, D. (1996). *Fundamentals of Heat and Mass Transfer. 4th Edition*. John Wiley & Sons, Inc., U. S. A..
- Kraus, D. A., Bar-Cohen, A. (1995). *Design and analysis of heat sinks*. John Wiley & Sons, New York, U. S. A..
- Kreith, F. (1977). *Princípios da transmissão de calor*. Edgar Blücher, São Paulo, Brasil.
- Leonard, B. P. (1979). A stable and accurate convective modeling procedure based on quadratic upstream interpolation, *Comput Methods Appl. Mech. Eng.*, 19, 59-98.
- Lienhard, J. H. (1973). On the commonality of equations for natural convection from immersed bodies, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 16, 2121-2123.
- Marple, S. L. Jr (1987). *Digital Spectral Analysis with Applications*. Prentice-Hall.
- Monin, A. S. (1970). The atmospheric boundary layer. *Annual Rev. Fluid Mech*, 2, 225-250.
- Murakami, S., Mochida, A. et Tominaga, Y. (1995). Numerical simulation of turbulent diffusion in cities. in *Wind Climate in Cities*. NATO ASI Series, E277, 681-701.
- Murakami, S. (1997). Overview of Turbulence Models Applied in CWE-1997. *Proceedings of 2nd European & African Conference on Wind Engineering*, Genova, Italy, 1, 3-23.
- Nagano, Y., Sato, H. et Tagawa, M. (1995). Structure of Heat Transfer in the Thermal Layer Growing in a Fully Developed Turbulent Flow. in *Turbulent Shear Flows 9. Selected Papers*. Springer Edit.
- Natarajan, V., Chyu, M. K. (1994). Effect of flow angle-of-attack on the local heat/mass transfer from a wall-mounted cube. *Trans. of the ASME*, 116, 552-560.
-

- Owen, P. R., Thomson, W. R. (1963). Heat transfer across rough surface. *J. Fluid Mech.*, 15, 321-334.
- Panofsky, H. A. (1974). The atmospheric boundary layer below 150 meters. *Annual Rev. Fluid Mech.*, 6, 147-177.
- Panofsky, H. A. (1982). The atmosphere. in *Engineering Meteorology*. Elsevier Sci. Pub. Company, Amsterdam, Belgium, 1-32.
- Patankar, S. V. (1980). *Numerical heat transfer and fluid flow*. Hemisphere Publishing Corporation, Washington.
- Pera, L., Gebhart B. (1973). Natural Convection Boundary Layer Flow over Horizontal and Slightly Inclined Surfaces, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 16, 1131.
- Perry, A. E., Joubert, P. N. (1963). Rough-wall boundary layers in adverse pressure gradients. *J. Fluid Mech.*, 17, 193-211.
- Plate, E. J., (1995). Urban climates and urban climate modelling: an introduction. in *Wind Climate in Cities*. NATO ASI Series, E277, 23-39.
- Quintela, D. A. (1989). Convecção térmica a partir de um corpo cúbico imerso numa camada limite turbulenta. *Tese de doutoramento*, Universidade de Coimbra, Portugal.
- Quintela, D. A., Viegas, D. X. (1995). Convective heat losses from buildings. in *Wind Climate in Cities*. NATO ASI Series, E277, 503-522.
- Robins, A. G. (1979). The development and structure of simulated neutrally stable atmospheric boundary layers, *J. of Industrial Aerodynamics*, 4, 71-100.
- Robins, A. G., Castro, I. P. (1977)<sup>a</sup>. A wind tunnel investigation of plume dispersion in the vicinity of a surface mounted cube - I. The flow field. *Atm. Environment.*, 11, 291-297.
- Robins, A. G., Castro, I. P. (1977)<sup>b</sup>. A wind tunnel investigation of plume dispersion in the vicinity of a surface mounted cube - II. The concentration field. *Atm. Environment.*, 11, 299-311.
- Rodi, W. (1978). Turbulence models and their application in hydraulics; a state of the art review. *Report SFB 80/T/127*, University of Karlsruhe, Germany.
-

Rodi, W. (1985). Examples of turbulence-model applications. *Short Course 1985-01*, von Karman Institute for Fluid Dynamics, Amsterdam, Belgium.

Rodi, W. (1995). Simulation of flow past buildings with statistical turbulence models. *in Wind Climate in Cities*. NATO ASI Series, E277, 649-668.

Rouse, H., Yih, C. S. et Humphreys, H. W. (1952). Gravitational convection from a boundary source. *Tellus*, 4-3, 201-210 (citado em Quintela, 1989).

R.S.A.E.E.P. (1984). Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes, D.-L. n° 235/83, de 31 de Maio, *Imprensa Nacional-Casa da Moeda*, Lisboa.

Schlichting, H. (1968). *Boundary-layer theory*. McGraw-Hill Book Co, U. S. A..

Scorer, R. S. (1958). *Natural Aerodynamics*. Pergamon Press, England.

Tennekes, H., Lumley, J. L. (1972). *A first course in turbulence*. MIT Press., Massachusetts.

Tieleman, H. W., Mullins, S. E. (1979). The structure of moderately strong winds at a mid-Atlantic coastal site (below 75 m). *Fifth International Conference on Wind Engineering Preprints*, 1, Colorado, USA.

Turner, J. S. (1973). *Buoyancy Effects in Fluids*. Cambridge University Press, Cambridge, England.

Yovanovich, M. M. (1987). On the effect of shape, aspect ratio and orientation upon natural convection from isothermal bodies of complex shape, *ASME HTD*, 82, 121-129.